

近年地方銀行の融資残高が 増加した背景について

—企業金融および強化学習に基づいて 合理的な解釈を試みる—

金子 拓也*

概 要

本研究では、地方銀行の融資額が年々増加している背景について、企業金融や強化学習の考え方に基づいた解釈を試みる。低金利で不採算などと言われる融資が、地方銀行で増加し続ける理由を調査する。分析モデルは、株価を次期の配当金の現在価値と以降の適当な方策に基づく配当金の現在価値の集合体とに分解したベルマン最適方程式を利用する。配当金としてリスクアセット (RAS) と連動するモデルを与え、ベルマン最適方程式⁽¹⁾を微分して整理すると、RASはデフォルト確率 (PD) を適正水準に回帰させる均衡式に含まれる事がわかる。つまり銀行は、自らのPDが回帰水準よりも高い時にはこれを下げるべくRASを縮小し (リスクアペタイト:RAPが減退)、低い時にはその逆の方策 (RAPが旺盛) を選択することが株価最大化の意味で最適となる。マートンモデル⁽²⁾ (Merton, 1974) を利用してPDを定義し、銀行の意思決定の様子を実際のデータを用いて調査したところ、地方銀行の多くでは、RAPが旺盛な時期に投資に比べ融資の利回りが上回っていた事と、近年は利回りが逆転しているものの意思決定までにタイムラグ (遅延) がある為に、融資残高が増加し続けていると分析する。今後は、より詳細な銀行のデータによる分析 (金子、中川2010) を参考に金利の期間構造も考慮したモデルの改良、本枠組みによる諸外国の地方銀行の調査、最適な統合組み合わせの探索などにも取り組んでいく。

キーワード：信用リスク、リスク管理、企業金融、強化学習、マートンモデル

(1) ある状態の価値と、その後続状態の価値との間の関係式。以降で詳しく説明する。

(2) 企業の倒産確率を計算するモデル。株価の変動からパラメータが推定できる。

* 国際基督教大学教養学部上級准教授、tkaneko@icu.ac.jp。本稿の執筆に当たっては、麻生英樹氏 (AIRC 機械学習研究チーム長、産業総合研究所)、齋藤潤氏 (国際基督教大学客員教授) をはじめ多くの方々から有益なご意見をいただいた。本研究は、公益財団法人 全国銀行学術研究振興財団の助成を受けた。

I. はじめに

地方銀行の融資残高が年々増加している。日本銀行の時系列投影データ検索サイト（日本銀行、2020）で金融機関の融資残高の推移を確認すると、地方銀行の融資残高が突出して増えている。2005年1月を基準として2019年12月の残高の変動をパーセンテージで見ると、都銀等において3.72%、地銀Ⅱでは19.13%、信金では12.95%の伸び率に対し、地銀では55.67%も増加している。銀行のビジネスモデルとは、預金を部分的にRASに振り向けて得られる利回りの差（鞘）を得る事による。RASとしては、おおまかに融資（バンキング）と投資（トレーディング）があり、銀行は市場環境に応じて分配割合を調整しながら収益の最大化を図っており、この調整は、最も重要な経営課題の一つとなっている。ここ数年の金融市場の状況を簡単に振り返っておく。2012年以降は特にリーマンショック以降の景気回復に加えて、大規模金融緩和などの効果によって安定的に日経平均株価などの株価指数は上昇を続け、（日本経済新聞社、2020）をみればその水準は緩和前と比べて2倍程度の水準で推移するなど、2005年から2019年の期間は良好な投資環境にあった。一方で（日本経済新聞社、2019a）によれば、特に地方銀行における融資や債券投資は、金融緩和の歪みがリスクとして溜り、限られる貸出先を取り合って金利のダンピングを誘発した為、採算が更に悪化しているとも指摘がある。また（Marshall & Pili, 2019）では、地方経済の衰退、人口減少などにより地方銀行では特に採算が悪化しており、改善の為に様々な金融商品への投資残高が増加しているが、取り組みが不十分であると指摘している。このように考えると、なぜ地方銀行では融資残高が増加しているのかという素朴な疑問が湧いてくる。改めて述べると、本論の目的は、不採算であると報じられる融資に対し地方銀行がRASを振り分ける理由について、強化学習の観点から銀行経営者による意思決定のメカニズムを理解する事にあり、実際のデータを用いて、本論の学習モデルの有効性を確認していく。

本論では、企業金融（コーポレートファイナンス）と強化学習の枠組みに基づいて、銀行の経営行動の合理性について分析する。RASを単純化して融資と投資の2種類と想定すれば、銀行の経営者は、株価最大化に最も寄与する資産（アセット）を適時適切に選択する事が株主に求められている。一方で、銀行の経営者は、預金（者）の保護や、破綻の悪影響が他行に波及するシステミックリスクの低減という最も重要な制約条件を十分に理解し、その条件下で株主の要求に応えなければならない。つまり、銀行をはじめとする金融機関の経営は、リスクを調節しながらリターンを追うという

一般的な企業の経営姿勢ではなく、破綻のリスクを極力低減させつつリターンを極力最大化させるという、最も困難な経営課題を解決していかなければならない。モデル化の際にはこのような業界の特徴を十分に考慮する必要があると考える。銀行経営、特に地方銀行の経営は利益・株価最大化が目的なのかといった指摘が考えられる。地方銀行は前述の通り地域創生には欠かせない存在であり、地域経済の要である事は明らかだが、逆に企業（企業という仕組み）である以上、利益や株価とは無関係な経営を正当化する事もできない⁽³⁾。低金利が理由に地方銀行の採算が悪化していると言われるが、不採算の根源は（日本経済新聞社、2019b）にも指摘されるように、体力に見合わない過度な低金利競争への参加や、リスクに応じたスプレッド（利幅）の徴求を意味するプライシングが適正に行われていない為である事が考えられる。本研究の目的はこのような状態が続いている事を理論的に解明していく事にもある。

銀行の経営状態を把握する際に、本研究では株価⁽⁴⁾を用いた手法を応用する。株価を状態の把握に用いるのは、これにより適時に状態が把握できると考えるからである。株価は不特定多数の投資家による実際の売買の結果である。つまり他の指標よりも投資家(数値を作る上で取引に係る人)の数が圧倒的に多いという事は、(スロウィッキ、2009)の集合知の観点からも重要な特徴である。株価以外にも、発行体格付けや債券の利幅、CDS⁽⁵⁾の活用も例として考えられるが、格付けは合議制によってその水準の決定や変更がなされる為、適時性の観点から問題が生じ得る⁽⁶⁾。債券の利幅やCDSも有力な指標であるが、取引市場が小規模である為流動性が価格に反映される事や、特に後者のブルームバーグなどで入手できる値は実際の取引結果ではない気配値である事も株価を利用した経緯である。

まず、本論で分析のツールとして利用する強化学習とは、(Sutton & Barto, 2018)などによると、機械学習やパターン認識、ニューラルネットワーク⁽⁷⁾で学習される

-
- (3) 「会社」とは事業を通じて利益を出していくことを目的とする。企業目的と事業目的は異なる。地域への融資が主な事業の目的の地方銀行では、融資などを通じて利益の最大化を図ることで、企業目的と事業目的を果たしている。(日本商工会議所、2020)
 - (4) より正確には株価そのものよりもその変化率をモデルパラメータとして利用していく。
 - (5) クレジット・デフォルト・スワップのこと。
 - (6) 特に状態の急変時には、格付けは市場での評価を後追いつける。
 - (7) 脳の神経回路を計算機上で扱えるように数学的にモデル化したもの。

教師あり学習とは異なり、数値化された報酬信号を最大化する為は何をすべきかを学習していく手法に分類される。強化学習では、この「何をすべきか」という問いに対する答え（正解、回答）が他の学習器のように与えられず、どのような行動を採れば報酬を増やす事ができるかを見つけ出していく。

昨今、強化学習は将棋や囲碁のような対戦型ゲームでは特によく用いられているが、本論のように企業の経営を学習する使い方は、環境が絶えず複雑に変化するという点で通常の使い方とは異なる。例えば将棋について考えると、対戦相手の「手」次第で盤面、つまり環境が変化するが、「手」はいくつかの離散的なパターンに限定され、各「手」毎にツリー構造形式で探索する事で、「手」が有効なものかどうかの評価する事が可能となる。加えてゲームの時間も勝敗がつけば終了するので、探索の終端も明確に規定されている。この事は探索の価値を測る上で計算時間の観点から重要なポイントとなる。一方で銀行経営の場合には、金利や景気、クレジット等々、様々な要素が「環境」に含まれ、それらの複数の連続値を持つ要素が同時に且つ無秩序に変動していく事と、経営（ゲーム）には経営破綻による避けるべき終端時間以外に目指すべき時間的な終端が存在しない為、無限に長い複数の要素の組み合わせをモンテカルロシミュレーション⁽⁸⁾などで評価していく事になる。更に銀行を取り巻く経営環境は、自然災害などの突発的な事象、要人による発言、レギュレーションの変更などにも大きく左右される事から、計算時間の問題が解決されたとしても有効な学習方法が得られる可能性は低い。実際の銀行経営でも、経営者が方策を決定する際には、超長期に渡ってあらゆる環境要素全ての変化を想定しているわけではなく、現時点の環境に基づき一定期間における利益を最大化する事を考えている。これらの事項を参考に、本論でも、時間軸を一定期間に細分化し、現在得られている最新の環境が次期までは一定値のまま推移するものと想定して、その時々々の期間における経営目標（価値）の最大化問題を解いていく方法を考えていく。これは（NTT Data, 2020）にもある通り、最適性の原理、すなわち「最適経路の部分経路もまた最適経路になっている」という原理に基づく考え方であり、本論では「部分経路の最適経路をつなぎ合わせる事で最適経路をつくる」事を実現する経営モデルを踏まえ、実データとの整合性を確認していく。勿論この時、直近の期間以降に悪影響をもたらすようなりスクテイクによって、直近期間だけに利益が最大となる方策の採用が簡単に思いつくが、これらの一時点でのみ最適な方策（グリーディーな方策）はモデルでは排除する工夫を組み込む。第2

(8) 乱数を用いた確率的な数値実験のこと。

章で詳しく説明するが、銀行の経営を単純化すると、倒立振り子（ポールバランシング）の状態、フィードバックゲインのループシステムのように、銀行は自らのPDを状態変数としてこれを確認し、株主の為に利益最大化を実現すべく、PDが示す余力の範囲内でリスクテイクし、PDを再計算して状態を確かめる事を繰り返していく経営モデルが最適化の解として得られる。

以下本論は、第2章でモデルの枠組みについて詳しく説明し、第3章で実際のデータを用いてモデルの有効性を検証するとともに、考察と今後の課題について述べる構成となっている。

II. モデル

1. 理論株価算出式（ベルマン最適方程式と最適制御システム）

株価算出式

企業にとって最も重要な利害関係者は言うまでもなく株主である。そのエージェントとして経営にあたる企業経営者（代理）は、株主総会で選任され配当や株価が最大となる為に最適な行動や方策を常に執行する。代理は株主への貢献度合いに応じて報酬を得る。代理は刻々と変化する経営環境において、企業の状態を見極めながら経営判断を下す。企業が銀行である場合には、経営者は市場環境や保有アセットの状況に応じて銀行が取り得るリスク量を計量してアセットを増減させる。調整対象となるアセットはリスクやリターンなどから決定する。この仕組みを単純に捉えると、経営環境が良好な状況下ではRASを増加させて収益の拡大を図る一方で、経営環境が厳しい場合にはRASを縮小させるなどの判断が考えられる。増加の際にはリターンとリスクの比率が良好なものが優先的に追加され、減少の際には不良なものから順に削減の対象となる。これらの株主と代理、そして経営判断との関係性を強化学習の枠組みで整理の上、実データを使ってモデルの適合性を確認し地域銀行が融資資産を増加させてきた要因を分析する。

代理は離散的な時間間隔において、直近の環境や企業状態（ステート）を把握する。そして把握した状態に応じて、自らの報酬（リワード）が最大となるようにアクション（行動）する。株主にとっての報酬は配当金や株価の上昇であるが、代理の報酬（一般的な報酬だけでなく代理として企業にとどまれる事も報酬の一部）もこれに連動す

るものとする。ある時点の状態に応じて採用した行動の影響を受けて変化する（遷移する）状態は、離散時間において次時点において判明する。次時点でもまた代理は状態に応じて報酬が最大となる新たな行動を執行し、遷移先の状態は次々時点で判明する。行動は状態には影響するものの、環境には影響しない。株式の理論価格は、将来時点で支払われる配当金の期待利回りによる割引現在価値の総和と定義する。株式の理論価値計算の際に必要な代理の行動は、その時々状態と方策（ポリシー）に基づいて確率的に採用される。また、遷移先の状態や報酬は、企業の直前の状態や行動に依存して確率的に決まるものとする（マルコフ性）。

$$P(s_t | s_{t-1}, a_{t-1}, s_{t-2}, a_{t-2}, \dots, s_0, a_0) = P(s_t | s_{t-1}, a_{t-1}) \dots (2-1)$$

但し s_t は添え字時点での状態を、 a_t は添え字時点での行動を表す。また、株式の理論価格は次式で計算される事を確認しておく。理論株価は配当金の割引現在価値の総和であり、割引金利の期間構造や配当金を一定とする単純な場合の株価は次の計算式から得られる。

$$P = \frac{d}{1+\rho} + \dots + \frac{d}{(1+\rho)^{t+1}} + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{d}{(1+\rho)^{i+1}} = \frac{d}{\rho} \dots (2-2)$$

但し P は理論株価（斜字体は株価を、太字体は確率を計算する関数を表す）、 d は年毎に支払われる配当金、 ρ は年率の割引金利（投資家の期待利回り）とする。この理論式からは、配当が増えれば株価が上昇する事が分かる。株式の発行体が銀行の場合に配当を増やす方法を考えると、RASを増加させれば良いが、それに伴って資金調達コストや貸出先企業の信用悪化に伴う与信コストの増加を考慮しなければならない。ある時点におけるRAS R_t に応じて考え得るコストを考慮した配当金を $d(R_t)$ と示す時、理論株価の計算式は次の通りに整理される。

$$V_{0\pi}(s_0) = E_{\pi} \left[\frac{d(R_0)}{1+\rho} + \dots + \frac{d(R_t)}{(1+\rho)^{t+1}} + \dots | s_0 \right] = \sum_{i=0}^{\infty} E_{\pi} \left[\frac{d(R_i)}{(1+\rho)^{i+1}} | s_0 \right] \dots (2-3)$$

但し V_0 は環境やリスク資産の割合に応じた理論株価を表している。また π は、各

状態に応じて、ある行動を採用する確率（方策：ポリシー）を意味する。当然、優良な方策の場合には株価の期待値は高く、不良な方策の場合には株価の期待値は低くなる。一般に銀行の場合には、景気が好況や改善していく状態が続くと予測される時には RAS を増やす行動の確率を高く出力し、景気が不況や悪化していく状態が続くと予測される時には RAS を減らす行動の確率を高く出力するような方策は優良なポリシーであるといえる。一方でその逆を促すような方策⁽⁹⁾、つまり好況時に RAS を減少させ、不況時に増加させるようなポリシーは不良であり、このようなポリシー下で計算した理論株価は低く算出される。この理論株価 V_0 は初期状態 s_0 に依存するものであり、あるポリシーにおける初期状態の価値を計算したものとともいえるので、この関数は状態価値関数と呼ばれる。ポリシーも具体的に計算式に組み込んだ理論株価算出式は下記の通りに整理される。

$$\begin{aligned}
 & V_{0\pi}(s_0) \\
 &= \sum_{R_0} \pi(R_0, s_0) \left\{ \frac{d(R_0)}{1+\rho} + \frac{1}{1+\rho} \sum P(s_1|R_0, s_0) \sum_{i=1}^{\infty} E_{\pi} \left[\frac{d(R_i)}{(1+\rho)^{i+1}} | s_1 \right] \right\} \\
 &= \sum_{R_0} \pi(R_0, s_0) \left\{ \frac{d(R_0)}{1+\rho} + \frac{1}{1+\rho} \sum P(s_1|R_0, s_0) V_{1\pi}(s_1) \right\} \\
 & \dots (2-4)
 \end{aligned}$$

数式（2-4）は、ある時点において評価された状態価値関数は、その次時点の報酬と以降の報酬群とに分解して考える事ができる事を示している。この関係式は整合性条件などと呼ばれ、ある状態の価値とその後続状態群の価値の間の関係を表すベルマン方程式とも呼ばれる。次に行動の価値を計算する式を整理すると下記のようになる。

(9) ポリシーは方策の和訳で同義あるが、本論ではポリシーを確定した方策を意味するように使い分ける。

$$\begin{aligned}
& Q_{0\pi}(R_0, s_0) \\
&= \sum_{i=0}^{\infty} E_{\pi} \left[\frac{d(R_i)}{(1+\rho)^{i+1}} | R_0, s_0 \right] = \frac{d(R_0)}{1+\rho} + \frac{1}{1+\rho} \sum_{s_1} P(s_1 | R_0, s_0) V_{1\pi}(s_1) \\
& \dots (2-5)
\end{aligned}$$

この計算式では、状態 s_0 において行動 R_0 をとるという条件における株価の理論価値を評価しており、この関数は行動価値関数と呼ばれる。状態価値関数も行動価値関数も、状態と行動により決定的に報酬が決まる式として議論を進めているが、勿論報酬が確率的に変化すると仮定して計算しても良い。行動価値関数のポリシーに基づく期待値は状態価値関数と合致する。

$$\begin{aligned}
V_{0\pi}(s_0) &= \sum_{R_0} \pi(R_0, s_0) Q_{0\pi}(R_0, s_0) \\
& \dots (2-6)
\end{aligned}$$

同じポリシーにおける状態価値関数と行動価値関数を比較すれば当初の行動の価値がわかる。これは両関数とも、最初の行動と後続の状態価値の和で構成されているので、行動価値関数が状態価値関数を上回れば最初の行動の価値（効果）が高い事がわかる。このように代理が各状態における優良な行動を採用し続ける事で、全体的に株式の価値をより高める事ができると期待できる。実際、経営者の交代に伴い、株価が変化する事がある。上昇の場合にはポリシーの改善を市場参加者が想定して株価をブラisingした結果と整理できる。これらの事は方策改善定理と呼ばれ、最適軌道の部分軌道もまた最適軌道になっているというベルマンの最適性の原理の基礎をなす。銀行経営の場合には、融資債権の売買の為の市場は存在しない為、モデルが示す最優良の行動の通りに代理が即時RASを調整できるわけではない。このように流動性などの問題があるが、代理は制約条件のもとで最適な行動の執行を目指す事で、配当金の増額や株価の上昇を試みているものと考えられる。

配当金モデル

次に、配当金をRASの割合に応じて与えるモデルについて考える。銀行のバランスシートの資産は、現金をはじめとする無リスク資産と、リスク資産の2種類から構成されている。リスク資産は、個人や企業向けの融資債権からなる貸出資産と、市場運

用からなる投資資産とで構成されている。貸し倒れの危険性や投資による価格変動リスクがない環境を想定する場合には、リスクを取れば取る程リターンが増え、コストを差し引いても配当金の支払い原資は増加するが、実際には貸し倒れ損失や金融商品の価格変動リスクなどのコストを考慮する必要がある。つまりこの場合に適当な配当金モデルとは、リスク資産額が増加する程一般企業でいう売上（配当金額）が増加する一方で、損失が発生する潜在性も増し配当金額が減少する特徴を持つ。損失が増加するようなりリスク資産が増加すれば銀行のPDも増加する事と、配当金は投資家の期待利回りに加えて発行体の信用リスクを考慮しなければならない事を勘案し、次の配当金モデルを利用する。

$$d(R_t) = \frac{q(R_t) \times (1 - p(R_t))^n}{\prod_{i=1}^t \{1 + p(R_i)\}} \quad \dots (2-7)$$

このモデルの分子は、前半で1株当たりの配当可能収益を計算し、後半は銀行自体の非PDを累乗してリスク資産への投資を抑制する事を意味する。これは銀行という業種とはそもそもリターンを追求するだけのファンドのような単純なものではなく、むしろ自らの倒産に最大限注意して預金保護や事業の継続性を重視していると考えられる。累乗のパラメータは、実際のデータを使って具体的な値を求めていく。分母はデフォルトの期間構造を考慮して現在価値に割り戻す為のクレジット部分のディスカウントファクターである。債券ではないので回収率を組み込む必要性は低いが、より精緻なモデリングの為の回収率を考慮する改良は今後の課題とする。分子のリスク資産額を指数とする関数 $q(R_t)$ はリスク資産の増加に対応して配当金額を増加させる部分であり、関数 $p(R_t)$ はリスク資産額に応じて1年間のPDを計算する。前者の関数は次に示す数式を利用する。

$$q(R) = R \times s \times \gamma \times d \quad \dots (2-8)$$

但し s はリスク資産から得られる1株当たりの信用コストを含む収益を算出する利幅を表し、 γ は税引き後当期利益を算出する係数であり、 d は配当性向である。1年デフォルトについては様々なモデルの利用が考えられるが、本論ではPDの計算方法としてマートンモデルを利用する。これによって、株価の変動から銀行の状態を客観的に確認できるようになる。

RAS と均衡式

まず単純化の為に理想的な環境を想定する。ここでは RAS⁽¹⁰⁾ の増減にあたり、流動性は考慮しないものとする。つまり銀行の融資債権の売買市場はないが、代理は株価最大化を目的として常に最適な RAS の状態を保つ事ができるものとする。以降の数値実験ではこの理想的な状況と乖離が出てくる事が十分想定されるが、理想的な状態に近づけるまでのスピード（ステップサイズ）に銀行間で有意な差があれば、ここから代理の行動力や銀行組織の環境適応能力について分析できる。改めて RAS は代理が状態に応じて適時調整できるので、次期の配当金を最大化する RAS を毎時選択していく事で、株価の最大化を考えれば良い。すなわち、最適な RAS が満たすべき式は行動価値関数の右辺の第一項を RAS で偏微分した式がゼロと等しくなる。

$$\frac{dd(R_t)}{dR_t} = \frac{\{q(R_t)(1-p(R_t))^n\}' \prod_{i=1}^t \{1+p(R_i)\} - q(R_t)(1-p(R_t))^n \prod_{i=1}^t \{1+p(R_i)\}'}{(\prod_{i=1}^t \{1+p(R_i)\})^2} \dots (2-9)$$

上式の分子がゼロと等式となる RAS に調整する事で最適行動（最適な RAS）を求める事ができる。分母を払うなどして計算を進めると次の通りとなる。

$$\begin{aligned} \{q(R_t)(1-p(R_t))^n\}' \prod_{i=1}^t \{1+p(R_i)\} &= q(R_t)(1-p(R_t))^n \prod_{i=1}^t \{1+p(R_i)\}' \\ \Leftrightarrow \left\{ (1-p(R_t))^n - nR_t p(R_t)' (1-p(R_t))^{n-1} \right\} \prod_{i=1}^t \{1+p(R_i)\} \\ &= R_t (1-p(R_t))^n p(R_t)' \prod_{i=1}^{t-1} \{1+p(R_i)\} \\ \Leftrightarrow 1-p(R_t)^2 - (n+1)R_t p(R_t)' - (n-1)R_t p(R_t) p(R_t)' &= 0 \\ &\dots (2-10) \end{aligned}$$

(10) 本論での「リスクアセット」は、いわゆるバーゼル規制の自己資本比率算出の際のリスクアセット（RWA）ではなく、リスクに晒されているリスク資産の全体を表す。

つまるところ、RAS を指数とする PD を含む均衡式に整理される。以下ではこの数式に具体的な PD の計算式を代入して展開していく。これを最適行動の均衡式と呼ぶ事にする。

2. 株価最大化と最適エクスポージャー

株価とマートンモデル

本論では、銀行の PD を算出する際に、マートンモデルを利用する。これによって、上場する銀行の株価の変動からその PD を客観的に評価する事が可能となる。

$$p(R) = N \left(\frac{\ln \left(\frac{D}{A} \right) - \left(r - \frac{1}{2} \sigma(R)^2 \right) T}{\sigma(R) \sqrt{T}} \right) \dots (2-11)$$

但し評価時点において、 D は銀行の負債総額を、 A は銀行の資産総額を、 r は期間（満期） T の無リスク金利を、 T は PD の計測期間を、 $\sigma(R)$ は RAS に応じた銀行の資産全体のボラティリティを計算する関数であり、 $N(\)$ はカッコ内までの標準正規分布の累積密度を計算する関数である。なお分子の第一項目の負債比率の分母はアセット全体で、リスク資産と無リスク資産を分類する事で比率に影響があるわけではないので、RAS で表現し直す必要はない。期間を 1 年とした場合には PD は次の通りとなる。

$$p(R) = N \left(\frac{\ln \left(\frac{D}{A} \right) - \left(r - \frac{1}{2} \sigma(R)^2 \right)}{\sigma(R)} \right) \dots (2-12)$$

マートンモデルによる PD は、負債総額が資産総額に対して過多の場合や、アセットのボラティリティが過大な時、無リスク金利が低い市場環境の時に高い PD を出力する特徴を持つ。マートンモデルは、無リスク金利が市場全体の状況を表すマーケットファクターと、負債比率やアセットボラティリティのイディオシンクラティックファクター⁽¹¹⁾の両方を同時に考慮して PD を算出する。

ここで、アセットのボラティリティとして、リスク資産額に比例して増減する次の

(11) 個々の企業が持つ特有のリスクファクターのこと。

簡易なものを考える。また、PD のリスク資産による微分を準備しておく。

$$\sigma(R) = \sigma \times R \quad \dots (2-13)$$

$$\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{\ln\left(\frac{D}{A}\right) - \left(r - \frac{1}{2}\sigma(R)^2\right)}{\sigma(R)} \right) = \frac{\sigma^3 R^2 - \sigma \left\{ \ln\left(\frac{D}{A}\right) - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 R^2\right) \right\}}{\sigma^2 R^2}$$

である事を利用すると PD の微分式は下記の通りになる。

$$p(R)' = \frac{\sigma R - d_1}{R} \varphi(d_1) \quad \dots (2-14)$$

但しアセットのボラティリティは、リスク資産を引数とする場合は関数を意味し、引数がない場合は関数のパラメータを意味する。 d_1 はマートンモデルに基づく PD 計算における標準正規分布の累積分布関数の積分の起点であり、 $\varphi(d_1)$ は標準正規分布の確率密度関数を表す。

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{D}{A}\right) - \left(r - \frac{1}{2}\sigma(R)^2\right)}{\sigma(R)} \quad \dots (2-15)$$

$$\varphi(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}d_1^2\right) \quad \dots (2-16)$$

RAS と PD

上式 (2-10) に、(2-12) 等を代入して整理すると下記の通りアセットボラティリティと d_1 の関数となる。 d_1 自体も負債比率以外はアセットボラティリティであるので、アセットボラティリティの均衡式といえる。更にアセットボラティリティは RAS の関数で定義しており、RAS を代理が増減するのと連動してアセットボラティリティも増減する事を考えれば、最適行動の均衡式は RAS の均衡式ともいえる。すなわち、銀行が自らの RAS が均衡式の解に近づくように調整する事が株価の最大化の為の最適な行動となる。

$$1 - \mathbf{N}(d_1)^2 - (n + 1)(\sigma R - d_1)\phi(d_1) - (n - 1)\mathbf{N}(d_1)(\sigma R - d_1)\phi(d_1) = 0$$

・・・(2-17)

この均衡式の左辺を $ef(d_1)$ と名前を付けておく。以下、この式から調整対象と分かったアセットボラティリティ(あるいはRAS)を複数の銀行で同時に見ていくが、この水準が5%や10%といっても、結局PDは負債比率次第で大きく影響度合いが異なる。そこで全ての銀行の状態を統一的に共通の尺度で理解する為に、これよりPDで議論する事にする。PDであればその水準だけで同じ尺度上での議論が可能となる。均衡式の数式(2-17)において、銀行は他業種と比べて自己資本比率が低く、PDも低いのでアセットボラティリティは小さい数値となるが、最大の1と最小のゼロの時に、均衡式がどのような形状となるのかを確認すると下図の通りとなる。

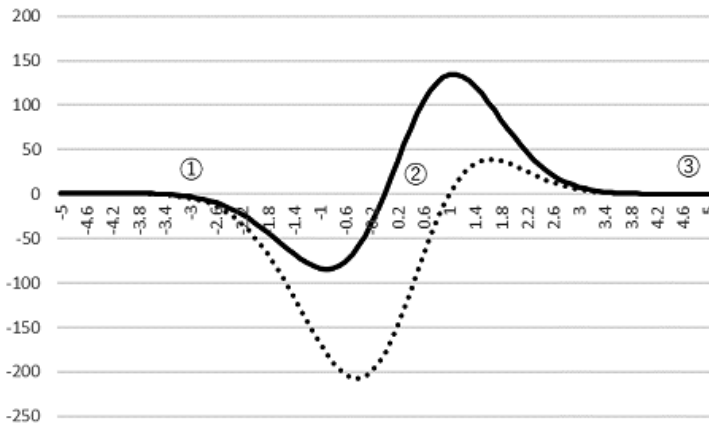


図2-1 アセットボラティリティを最大と最小に設定した場合の最適行動の均衡式の左辺の様子。横軸は d_1 を、縦軸は均衡式 $ef(d_1)$ の値を表す。乗数は300としている。実線は均衡式の d_1 以外のアセットボラティリティをゼロとした場合を、点線はアセットボラティリティを1とした場合である。

図によると、均衡式の関数 $ef(d_1)$ がゼロを満たす d_1 は図中①②③の3つがあるが、銀行のPDは一般に0.2%程度である事を考えると、 d_1 としてはおよそ-2.88程度が実質的に目指すべき最適解となる。実態に近い事例として自己資本比率が8%、アセットボラティリティが3%の銀行が、無リスク金利がゼロのもとでのPDをマー

トンモデルで計算すると d_1 は -2.764 で 0.29% 程度となる事を見ても、3つの最適解のうち最も左にある解①が実態に近い。

乗数は、各銀行のデータに適合する値を設定すれば良く、これ自体は代理が決定している RAS に対する平均的な RAP を表す。高い乗数値になればなる程、最適解近辺で d_1 の変化に対する曲線の変化量（接線の傾き）は大きくなり、そのような乗数を採用する銀行は、RAS の増減に対して均衡式の変化量がセンシティブである事を示している。つまり高い乗数がデータから確認される銀行とは、株価の最大化を強く意識した行動を採用していると考えられる。

3. RAS（企業向け融資と市場運用）の選択

RAS と RAP

これまでの議論から、銀行は、株式評価式を変形して導いた行動評価関数における行動が目的達成の上で最適となるように RAS の調整を行っている整理できた。これを PD で言い換えれば、均衡状態の PD を回帰水準の PD と呼ぶ時、代理は RAS を調整して、回帰水準の PD を目指しているという事である。RAS と PD との関係は、下記の通り RAS の増減に応じて PD も増減する。数式（2-14）より、以下のようになる。

$$\frac{\partial p(R)}{\partial R} = \frac{\ln\left(\frac{A}{D}\right) + r + \frac{1}{2}\sigma^2 R^2}{\sigma R^2} \varphi(d_1) > 0 \quad \dots (2-18)$$

但し総資産額は負債総額よりも大きく（非デフォルトの状態）、無リスク金利は正とする。数式（2-18）からは、RAS を増やせば PD は上昇するという直感通りの関係を確認できる。これらの関係式は銀行の RAP で言えば、PD が回帰水準よりも低い（良好な）時には RAS を増大させるので、RAP は旺盛の状態にあり、一方で PD が回帰水準よりも高い（不良な）時には RAS を減少させるので、RAP は不振の状態にあると言える。

まず、RAS の増減と d_1 の増減の向きが一致する事を d_1 を RAS で微分して確認する。

$$d'_1 = \frac{\ln\left(\frac{A}{D}\right) + r + \frac{1}{2}\sigma^2 R^2}{\sigma R^2} > 0$$

・・・(2-19)

RASが増加すると d_1 も増える。図2-1で d_1 が-5の時点が初期状態だとすれば、均衡状態に近づく為に代理は d_1 を増やす。このとき銀行のPDは上昇する。これは、均衡状態の d_1 よりも左に状態がある時はRASを増やす行動が最適であるので、RAPは旺盛であり、右にある時はRASを減らす行動が最適であるので、RAPは不振となる。RAPは環境変化の影響も受け得る。例えば、無リスク金利が高くなると銀行のPDは全般的に減少するのでRAPが旺盛となるが、逆に無リスク金利が低くなるとPDが全体的に上昇し、RAPが不振となる。仮に調整対象のRASが融資のみで市場投資を考えない場合、同一地域にある複数の地域銀行のRAPが同時に旺盛となれば融資が過熱して融資金利のダンピングが起り易くなる一方で、同時に不振になればクレジットクランチ⁽¹²⁾が発生する潜在性が高まると考えられる。本モデルに基づけば、各銀行の個別詳細な情報を調べ融資金利の水準を見て、金利が上昇していれば銀行のRAPが不振、下降していればRAPが旺盛などと結果から判定するのではなく、PDの推移、つまり銀行の株価の変化からRAPを予想できる事が特徴の一つといえる。加えて同一地域の複数の銀行の株価の変化を見れば、地域の融資金利の状況(金利ダンピングが起りやすい状況なのか、逆にクレジットクランチが発生しやすい状況なのか)を予測する事も可能となる。このような行動を通じて配当金額が増加し、ついては株価の上昇につながる。PDで確認したこれら関係を改めてRASでも確認しておく。まず、PDの均衡式を満たす d_1 となるRAS額を求める。

$$\frac{\ln\left(\frac{D}{A}\right) - \left(r - \frac{1}{2}\sigma(R)^2\right)T}{\sigma(R)\sqrt{T}} = d_1$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{d_1\sigma\sqrt{T} + \sqrt{(d_1\sigma\sqrt{T})^2 + 4\sigma^2\sqrt{T}\left\{\ln\left(\frac{D}{A}\right) - rT\right\}}}{2\sigma^2 T}$$

・・・(2-20)

(12) 信用収縮。多くの銀行のリスクアパタイトが同時に不振となり、銀行が融資基準を厳格化させるなどの行動をとることなどにより発生する。

これは通常のPDは50%を下回る事から d_1 は負である事と、RAS額は正である事から求まる。また特に $T = 1$ の時には次のように整理される。簡単にする為、今後は $T = 1$ として議論を進める。

$$R = \frac{d_1\sigma + \sqrt{(d_1\sigma)^2 + 4\sigma^2 \left\{ \ln\left(\frac{D}{A}\right) - r \right\}}}{2\sigma^2} = \frac{d_1 + \sqrt{d_1^2 + 4 \left\{ \ln\left(\frac{D}{A}\right) - r \right\}}}{2\sigma} \dots (2-21)$$

ここで、PDが回帰水準よりも大きい際のRASを R' として回帰水準の R から差し引くと次の通り負となるので、RASが縮小する事が最適な行動となる。

$$R - R' = \frac{d_1 + \sqrt{d_1^2 + 4 \left\{ \ln\left(\frac{D}{A}\right) - r \right\}}}{2\sigma} - \frac{d' + \sqrt{d'^2 + 4 \left\{ \ln\left(\frac{D}{A}\right) - r \right\}}}{2\sigma} < 0 \dots (2-22)$$

但し d' は R' に対応する回帰水準よりPDが大きいときの値（DD: Distance to Default）とする。逆もまた同様となる。

融資と投資の選択

銀行のRAPが旺盛な状態であれば直ちに企業向け融資が拡大するという事にはならない。銀行はRASを増やす行動を採用する際、融資と投資のうち、株価最大化に有効な方を選ぶ。RAPが旺盛なときに調整するべきアセットとは運用効率が高いアセットであり、不振なときに調整するべきアセットとは運用効率が低いアセットであるので、RAPの状況に応じて調整対象となるRASは異なる。例えば、ある銀行の融資の運用効率が高く投資の運用効率が低い時、RAPが旺盛であれば融資残高を増加させ、RAPが不振であれば投資残高を減らす事が最適な行動となる。逆もまた同様となる。勿論状況に応じて投資効率は変化するので、各銀行の投資効率はモニタリングしながら調整対象を定める必要がある。

RASを増やす事になった際、銀行は融資と投資の運用効率を例えばシャープレシオを比較して決定している。銀行は、融資のシャープレシオが投資よりも高い時には、回帰PDの水準となるまで融資残高を増加させる。一方で、銀行のRAPが不振な時に最適なRASの選定手順を示している。RASを減らす際、銀行は融資と投資の運用効率をシャープレシオなどで比較して決定する。銀行は、融資のシャープレシオが投資よりも高い時には、回帰PDの水準となるまで投資残高を減少させる。

RASの基準化によるシャープレシオ

2種類のRASから調整対象を適確に選択するには、PDが素早く均衡式を満たすのに効果的なアセットを選ばなくてはならない。リターン¹の利幅は式展開の途中でオフセットされた為、均衡式だけで考えればリスクなもの、アセットボラティリティに影響するものを増減の対象にすればよい事になる。つまり直感に反して、リターンは考慮せずにリスクだけを検討材料にするという事に見える。これは、マートンモデルがリスク中立確率下、つまり無裁定条件においてPDを考えた為アセットのドリフト部分が無リスク金利で特徴づけされているからである。リスクなもの²はハイリターンであるので、均衡式に従う事でリターンが考慮されていないという事ではないが、本論ではより明示的にシャープレシオのような指標を活用して、リターンとリスクの両方をアセットを選択する上での指標として活用する方法を考える。

最適な行動を決める際には、融資と投資から調整対象のRASを決定するが、その材料として将来の期待リターンを用いるのではなく、過去の実績、つまりこれまでの運用成績に基づいて選択する事にする。これは各銀行で運用体制などが異なっている事、その結果、運用成績や実績も異なる事を考慮して、各銀行の異なる状況に配慮して決定するモデルを組み込む為である。融資や投資のポートフォリオの組み換えは、効率の観点などから全般的に見直すのではなく、実務実態を踏まえて、既存のポートフォリオに付け加えたり、既存のポートフォリオから取り除く事にする。後半はいわゆるナップザック問題（Knapsack problem）に基づく行動となる。また、融資と投資のリターンを比較する際に、リターンのリスクで除した指標であるシャープレシオが一般には用いられるが、財務データからリターンを測る場合には、最大で四半期でしかデータが確認できずリスクを計算するのに十分な長さのデータが確保できない事が考えられる。そこでリターンを除するリスクとして、それぞれのベンチマークを基準化した指標を用いる事にする。これらは一般のシャープレシオとは異なるが、基準化後のリターンという意味で下記でもシャープレシオと本論では表現する。具体的には、融資に関してはスタンダードなクレジットの指標を、投資に関しては日経平均などの市況が反映される代表的な指標を用いる。銀行の既存のポートフォリオに付け加える最適なアセットとしてはリターンだけではなく、既存のアセットとの相関も考慮すると良いはずであるので、これは今後の課題とする。本論でのフレームワークに基

づけば、同じ地域の複数の銀行の RAP をモニタリングする事で、融資金利がどのように変化するかを予測する事が可能となるか図でまとめる。

図 2-2 複数の代理の行動と融資金利への影響

	銀行 B はリスクアセットを増加させる方針	銀行 B はリスクアセットを減少させる方針
銀行 A はリスクアセットを増加させる方針	過剰融資となる高い潜在性 (融資金利は低下する)	融資金利に影響なし 銀行 A はリスクアセットを増加 銀行 B はリスクアセットを縮小
銀行 A はリスクアセットを減少させる方針	融資金利に影響なし 銀行 A はリスクアセットを縮小 銀行 B はリスクアセットを増加	クレジットクランチとなる 高い潜在性 (融資金利は上昇する)

図では、2つの代理の行動と、行動に応じた融資金利への影響について解説している。まずプレイヤー A とプレイヤー B が同一の地域にある銀行であるとして、同時に融資残高を増加させる際、融資先の奪い合いから企業にとって過剰に良い条件を提示して残高を増加させるインセンティブが働き、融資金利は低下（融資金利のダンピング）し得ると本フレームワークでは整理する。一方で同時に融資残高を減少させる際には、融資の拒絶（クレジットクランチ）が発生する。後述の数値実験では、これらの事を実際の観測データを用いて確認する。融資金利において調達コストを差し引いた値は、融資先の信用状態からなるクレジット利幅と銀行内部の審査や事務全般にかかる事務コストから構成される。利幅を時系列で見て、タイト化している傾向が見られれば過度な競争が発生している事が予想され、急激なワイド化傾向が見られればクレジットクランチの発生が考えられる。過剰融資やクレジットクランチなどといった異常な状況の発生は、市場の状況を定期的に経営にフィードバックして、方針を見直すプロセスを加える事で回避できる可能性がある。

III. 数値実験

この章では、前章で整理した状況に応じた株価最大化の為の銀行の最適な行動が代理によって執行されているのかどうか、シグナルから執行までの遅延の有無や長さなどを、実際の市場データや財務データを用いて確認していく。まず、上場する銀行の PD をマートンモデルに基づいて計算し、その推移を確認する。計算する PD は格付け機関による格付けのように一般的な投資家が注視しているものではないし、頻繁な

格付け変更による市場参加者の混乱を避ける目的での調整が施されている（スルーザサイクルの考え方に基づく信用力の評価）わけでもなく、株価の変動に連動して随時変化（ポイントインタイムの考え方に基づく信用力の評価）しており、特に金融危機時には急激な変化が見られるはずで、この変化に連動する銀行の財務データの有無や種別、変化の方向などを見る。

本論のフレームワークは、PDが回帰水準よりも高い（悪い）場合には、代理によるリスクオフ行動（RAPが減退）が執られ、RASの総資産に対する割合は減少する事が予想される。一方でPDが回帰水準よりも低い（良い）場合には、代理によるリスクオン行動（RAPが旺盛）が執られ、RASの総資産に対する割合が増加する事が財務データから確認できる事が予想される。但し前述の通り融資債権には売買市場が存在しない為、例えばリスクオフ（RAS割合の縮小）のシグナルを代理が受け取っても、融資の場合には特に即座に資金を回収できる訳ではなく、調整には遅延が観測されるものと考えられる。

RASの調整において資産を選択するときは各資産の利回りが基準となる。利回りの比較には、融資などのOTC市場（相対市場）のものは投資商品よりもコンペティターの数が限定される為利回りが一般に高水準であるので、金利レンジに若干のスライド調整を加えた上での比較も行う。数値実験は、まずメガバンクの一行を代表事例として計算対象としPDとRASの変化の関連性などを確認し、次に全国の地方銀行について県別にまとめて比較・調査を進める。県別の比較では、県内の銀行数と最適執行までの遅延を計測して、銀行数が多い程競争が激しくなり短時間で調整がなされ、少ない場合には調整までに長期間を要するのか、といった仮説を実際のデータを用いて検証する。

1. メガバンクの場合

地方銀行について見る前に、例としてメガバンクのPDとRAS割合の推移を確認しておく。但しここでのPDとは期間を1年としたマートンモデルに基づき算出した値である。また下図のRAS割合とは、4半期毎の財務データから融資と投資に関する項目の和（BBGを利用して得られる融資資産額（BS_TOT_LOAN）と長短投資資産額（ST_AND_LT_INVEST）の和）を総資産（BS_TOT_ASSET）で除した値の参考値である。この図からは、PDが、りそなショック（2003年）やサブプライム問題（2007年）、リーマンショック（2008年）などの時期に急激に悪化

した事と、リーマンショック以降は高位（PDが高い）水準で激しく変動しながら推移している事が分かる。一方RASの割合の参考値は2013年ごろまで大きな変化はなく推移し、以後、減少している様子が見て取れる。

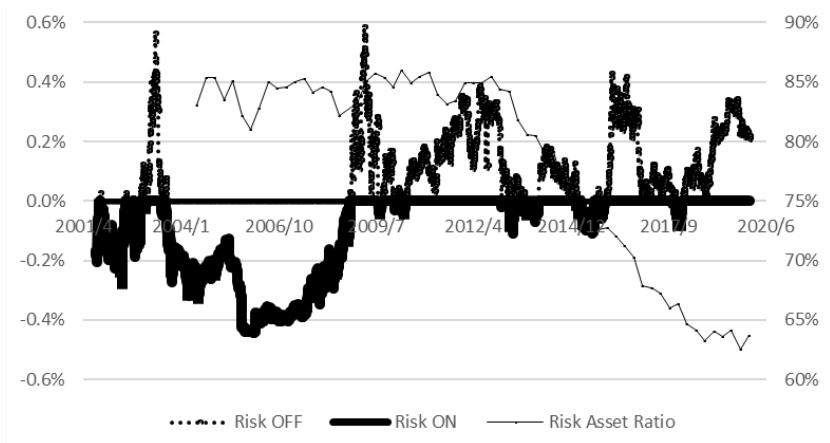


図3-1 メガバンクのRAPとRAS割合の参考値。太線が1年PDを細線がRAS割合の参考値を示す。PDの回帰水準をPDが計測可能であった2001年9月から2019年12月までの平均値である0.46%（太横線）として、この回帰水準よりもPDが大きい時はリスクオフ（点線、RAPが減退）、小さい時はリスクオン（実線、RAPが旺盛）として図式化している。

図3-1からは、リーマンショック以降はほぼリスクオフ（RAPが減退）の状態である事が見て取れる。この事は2012年以降単調に減少しているRAS割合の推移とも遅延のち整合する。PDは、RASの額ではなく総資産額に対する割合に応じて変化する。繰り返しになるがマートンモデルの枠組みでは、RASが増えればアセットボラティリティが増え、負債総額に抵触する確率が増す為にPDが上昇するという仕組みである。総資産額が増加する中では、総資産額の増加割合（成長率）を融資や投資残高の増加割合が越えなければ、RASは縮小（減少）しているものと見做される。PDが均衡式を満たす回帰水準のPDの近辺で推移する環境下では、代理は総資産に対して、均衡を維持する為、すなわちPDを一定水準に保つ為にRAS割合を調節する。総資産額の変化も考慮してこれらを整理し直すと次の通りとなる。

- A) PD が回帰水準の PD に近く、総資産額が増加している場合には、代理は RAS を増やし、総資産額が減少している場合には、RAS を減らす。
- B) PD が回帰水準の PD を上回るとき、代理は RAS の変動率を総資産の増減率に比べて下回るように調節する。つまり総資産額が増加している場合には、代理は RAS の変動率を総資産の増加率を下回るように調節し、総資産額が減少している場合には、RAS の変動率を総資産の減少率を下回るように調節する。
- C) PD が回帰水準の PD を下回り、総資産額が増加している場合には、代理は RAS の変動率を総資産の変動率を上回るように調節する。つまり代理は RAS の変動率を総資産の増加率を上回るように調節し、総資産額が減少している場合には、RAS の変動率を総資産の減少率を上回るように調節する。

ここで注意しなければならないのは、RAP が減退と整理された B のケースにおいて、総資産額が増加している場合には、RAS の割合の変化率が総資産額の増加割合を上回らなければ、RAS が増加しても良い場合がある事、また、RAP が旺盛と整理された C のケースでも、総資産額が減少している場合には、RAS の割合の変化率が総資産額の減少割合を下回らなければ、RAS が減少しても良い場合がある事である。次に融資と投資の残高の推移を確認する。

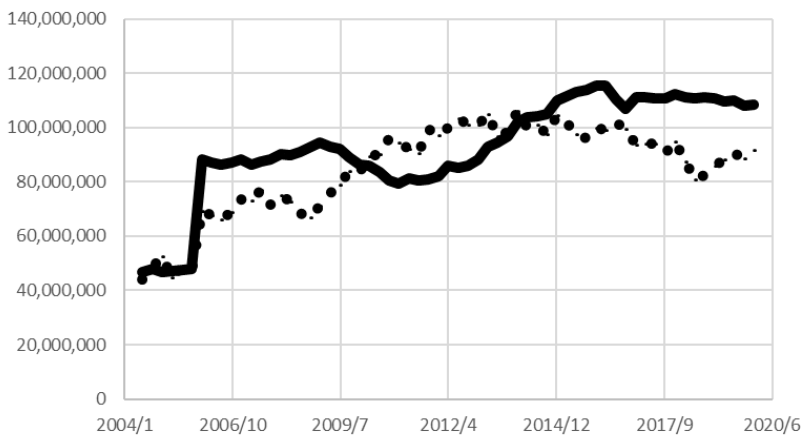


図3-2 メガバンクの融資残高および投資残高の推移。実線が融資残高を、点線が投資残高を表す。図3-1と同様にブルームバークを利用してデータを取得しており、融資残高は BS_TOT_LOAN を、投資残高は ST_AND_LT_INVEST を利用した。

図からは、リーマンショック前から投資残高が融資残高を上回り2013年ごろから再び逆転している様子が見て取れる。残高はいずれも増加しているが、図3-1で見たように総資産に占める割合では減少傾向にある。続いて融資と投資の利回りも確認する。下図は融資および投資の参考値を用いて基準化した様子を示す。融資市場は競合が限られる事などから利回りは一般に高いので、縮尺はそのままスライドさせている。

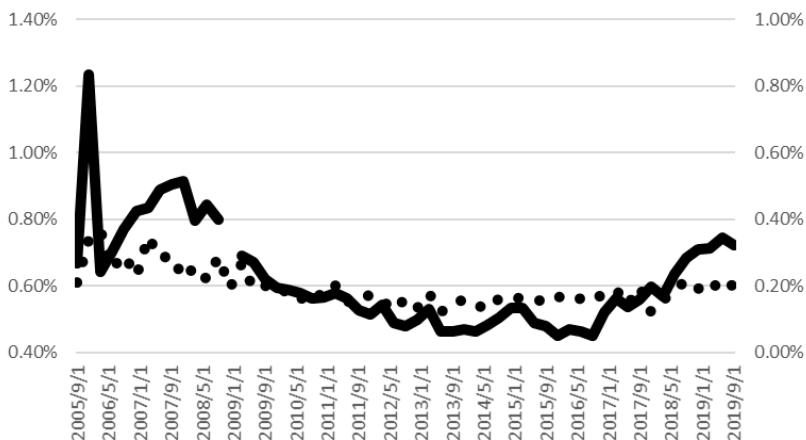


図3-3 融資と投資の基準化後の利回りの様子。融資の利回りは、融資における収益 (IS_INT_INC) をその四半期前の融資残高 (BS_TOT_LOAN) で除した値であり、投資の利回りは、投資による収益 (IS_INVEST_INCOME) をその四半期前の投資残高 (ST_AND_LT_INVEST) で除した値である。これらを一般的なりリスク指標を用いて基準化し縮尺はそのまま縦軸をスライドした。実線は融資の基準化後の利回り (左軸)、点線は投資の基準化後の利回り (右軸) である。

図3-3からは、世界的な量的緩和などで低位で安定的に推移している投資利回りを基準化後の融資回りが2010年ごろから逆転し、2017年ごろに再び融資の基準化後の利回りが投資利回りを上回る事が見て取れる。この傾向は融資および投資残高の推移とも類似している。これは代理が、RAPが減退の状況にあると認識したものの、総資産額が増加しているため、総資産額の増加率を超えないように調節した結

果と整理できる。RASを増やす行動を採る際に、それぞれの利回りを参考にして融資か投資かを選択したという事である。

2. 同一地域内の地方銀行の競合の様子

ここでは同一地域内の地方銀行のデータから、低採算ながら融資残高が積みあがってきている理由について、本提案モデルに基づいて見てみる事にする。市場環境は極度に低金利とは言え、銀行は調達コスト以上に低い金利に融資金利を設定する事はない。この融資金利と調達コストとの差を融資金利利幅と呼ぶ事になると、銀行は融資に関連する調達以外のコストは融資利幅で賄い、残りが利益、つまり配当原資となる。複数の銀行のRAPが同時に旺盛な状態となり、加えて融資の実績利回りが投資の実績利回りを上回る状況においては、RASが融資に振り向けられ、過剰融資による融資金利のダンピングが発生する潜在性が高まる事が考えられる。そこでまず、同一地域内の地方銀行の財務データから得られる融資利幅を総資産額で加重平均した値を、①当該地域の融資金利利幅としてその推移を確認する。次に同銀行間の②融資に対する残高増加のモチベーションを、PDが回帰水準を下回り、且つ融資利回りが投資利回りを上回る事の積として定義し、その総資産額による加重平均の推移を確認する。この融資金利利幅は、通常、既存の融資には一定であるので、融資金利利幅の変化は、新規融資からもたらされると考えられる。そこで融資金利利幅を適当な多項式による曲線で近似した上でそれを微分値し、③新規融資に対する金利利幅とし、その推移を確認する。②のピーク値と③の最低値の差、つまり最もRAPが旺盛である時期と、新規融資に対する融資金利が最も競合状態(ダンピング状態)にあった時期との差(時期のズレ)を地域毎に計算し、④地域内の銀行数に応じた遅延の状況を確認する。ここでは代表事例としてある都道府県内の地方銀行について見てみる事にする。この都道府県には、A、B銀行、C銀行の3つの地方銀行がある。直近の資産規模ではAが最も大きく、次いでB銀行、C銀行と続く。メガバンクと同様に、まずはPDについて下図の通りまとめる。

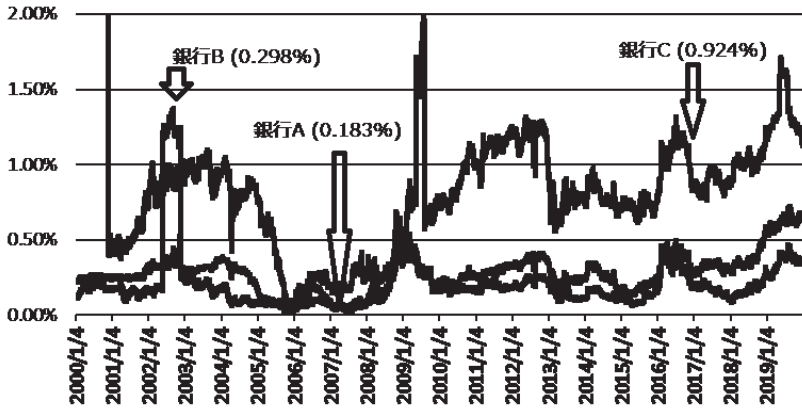


図3-4 ある都道府県内の地方銀行のモートンモデルに基づくPDの推移。カッコ内は平均的なPD、PDの回帰水準を示す。

図3-4からは、3行のPDともリーマンショック直前までは低くあったものの、以後は特にC銀行のPDが悪化している事が見て取れる。次にB銀行、C銀行、A銀行の順に①各銀行の資産別利回り、②基準化後資産別利回り、③融資資産の魅力度合い（融資資産から得られる利回りと投資資産から得られる利回りを比較して、融資資産の利回りが上回れば融資資産が魅力的と定義した値）、④RAPの旺盛度合い（PDと回帰水準のPDを比較して回帰水準を下回れば旺盛と定義した値）について確認する。次に各行の総資産額で加重平均する。まず、①融資金利利幅を加重平均する。また、①と各行の融資に対するRAPを総資産額で加重平均した状況を②融資に対する残高増加へのモチベーションとしてその回帰曲線を得る。更に①の融資金利利幅を微分した結果を③新規融資の金利利幅として示す。加えて、②の最大となる時期と③の最小になる時期の差を④環境の認知から行動までの遅延として状況を確認する。

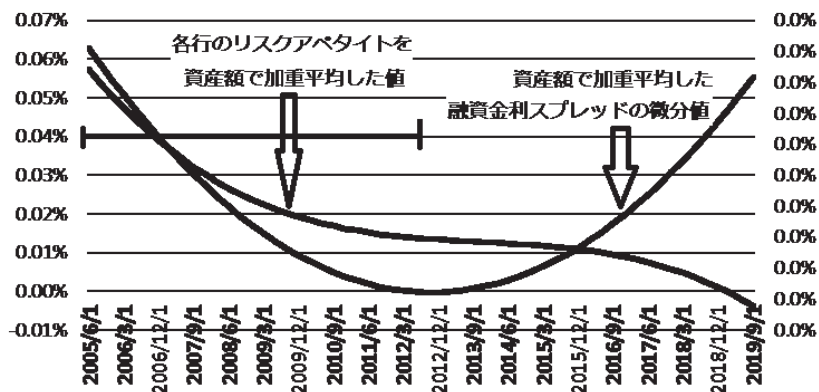


図3-5 融資に対するRAPが最も旺盛となる時点と融資金利利幅が最小となるまでの遅延（横線印）

以上より、まず融資に対するRAPが2019年9月まで正の値を示していることから、融資を拡大する事に合理的な理由が存在していた事が確認できる。次にRAPの最高時から融資金利利幅の変化率が最も低くなる（他行との競合によって融資額を積極的に増額した事による融資金利の低下度合い）時期の差によって計測する最速執行までの遅延も相当期間がある事が図から確認できる。この事は、融資に対するRAPがマイナスの値となっても、遅延の効果によってある程度の期間は融資に対するRASの割り当てが続く事を唆している。同様の状況は他県においても確認された。下表は各都道府県における銀行の数と、融資金利の利幅の微分値が最小となる時期（融資へのRAPが最大となってから、融資を最も積極的に増加する姿勢に移行するまでの遅延）の平均値を、銀行の数別に纏めたものである。これを見ると、僅かではあるが銀行数が多い程融資金利の利幅が最小となる時期に到達するまでの期間が短くなる。つまり銀行間の競争は銀行の数が多いほど熾烈になり、金利のダンピングが潜在的に発生しやすいというメカニズムの存在が考えられる。しかしながら勿論、都市銀行は全国に展開しており、各地の支店も考慮に入れて分析する事でより実態に近づける事や、本論のモデルでは株価からPDを計測している関係上、上場していない第二地方銀行や信用金庫などを考慮できる仕組みとなっていない事もモデル改善の余地を残している。また十分な統計データが用意できた際には、検定なども実施して結果の

有意性を確認する必要もある。これらの問題点はより豊富なデータを分析する事で解決できる可能性もあり、今後の課題といたしたい。

表3-1 各都道府県の銀行別ボトムまでの時期

県内銀行数	ボトム時期	金利変化幅	日付表示
1	41457.03	-0.0001%	2013/7/2
2	41405.36	-0.0001%	2013/5/11
3	40958.43	-0.0001%	2012/2/19

最後に、各銀行の資産規模と最適方策執行の遅延に注目する。下図は銀行別に遅延を計算し纏めたものである。円の大きさは銀行の資産規模を表し、縦軸は新規融資に対する融資金利利幅（融資金利の利幅の微分値）を表す。これを見るとメガバンクは、サブプライムローン問題を経て、リーマンショック前には投資損失による利回り悪化の影響からか、融資残高を増加させる事に積極的であった事が確認できる。一方で地方銀行とりそな銀行については、融資残高を増加させる事に注力した時期は2012年中頃にある。これは、メガバンクが株価の変化やグローバルな投資環境、金利の変化に注視し、市場の環境変化に敏感に、市場動向にほぼ同期させながら銀行を経営しているのに対し、それ以外ではそこまでセンシティブに環境の変化には対応せず、方針の転換頻度が低く、ある意味で安定した経営を行ってきた査証であると考えられる。しかしながらやはり、銀行は公共インフラストラクチャーの一部を構成する機関ではあるものの、株式を上場している以上は、代理は株主の為に最適戦略を適時に打ち出し、適時適切なアセットアロケーションが実現できるようなリスク管理経営、営業体制を構築していく必要があるようにも考えられる。勿論株価やその変動が完全であるとは言い切れないが、多数の投資家が参加しての売買の結果である株価やその変化には集合知的な示唆が含まれている事を活用して、これをベンチマークにした経営指針や方策の策定は、経営者の直感などの不安定要素を排除し、客観的かつ透明性の高い経営判断を可能とする一つのアイデアになり得るものと考えられる。

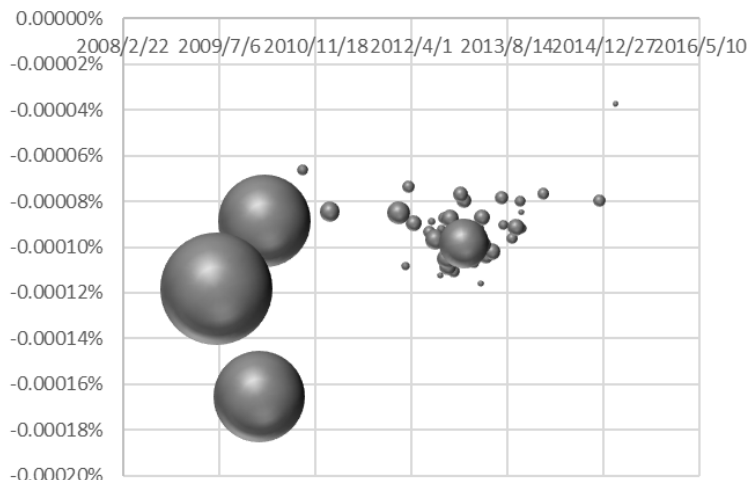


図3-6 貸出の収益の変化率が最小となった時期（横軸）とその際の変化率（新規融資に対する貸出金利）（縦軸）。円の大きさは総資産額を表す。

IV. おわりに

本論では、地方銀行が融資残高を増加させている理由について調査する為に、強化学習の枠組みに基づいて銀行の経営意思決定に関するモデルを構築し、実際の銀行財務や株価データに当てはめた上で分析を行った。分析モデルを構築する際には、銀行経営は株価最大化を目的に実施されているものと仮定し、株価の理論式をベルマン方程式に整理し、ベルマンの最適性の原理に基づいて最適化問題に帰着させた。銀行がRASを増加させると、自らの倒産の可能性（PD）が増すが、PDとしてマートンモデルを用いて最適化式を考えた事も本論の特徴の一つである。これによって、マートンモデルの持つ株価との連動性も同時に考慮する事が可能となった。最適化式では、銀行が自らの状態をPDで計測し、回帰水準を起点としてRAPを客観的に把握できるように整理しており、実際にメガバンクでは、PDの変化に連動してRASの割合が増減している事が確認された。RASとしては融資と投資を考え、銀行はそれぞれの基準化後の利回りを比較して、RAPが旺盛な時には良好な方に対して優先的に拡大枠を割り当てる一方で、RASが減退しているときには、利回りが劣悪なRASを優先して縮小する事が本モデルによる合理的な経営判断となる。本論で注目した、地方

銀行によって企業向け融資の残高が不採算ながらも増加が続いている原因は、融資と投資の基準化後の利回りを比較するといずれの地方銀行でも融資の利回りが投資の利回りを上回る期間が長い為、PDを基準としたRAPが旺盛な時にはいずれも融資を増加させる事が経営上合理的な判断であった為である。計測期間最後の2019年頃には投資の利回りが融資のそれを上回る銀行も数行あるが、地方銀行では意思決定までに遅延がある為当面は融資残高の増加傾向が続く事が予想される。ここまでの整理として本論のモデルからは、地方銀行が市場の動向に連動して客観性や透明性の高い経営を行っていく為の提案をするならば、本モデルに用いられるような株価などの客観指標を経営判断に用いて意思決定の機動性を向上させる事と、人材の育成などにより市場運用の能力やリスク管理の技術を向上させる事が挙げられる。

今後の課題としては、これまで指摘してきたものに加えて、本論では期間内では一定としてきた環境状態を、例えば金利の期間構造なども用いて将来の情報も加味したモデルの改良が考えられる事と、諸外国における銀行経営について本モデルを当てはめた場合の結果を本論の結果と比較する事も重要な課題であるとする。諸外国において上場する地方銀行の経営が市場動向や市場環境の変化に対してどのように向いているのかを調査する事は、国内の地方銀行の将来の経営について考える上で大変参考になるはずである。また、詳細なデータを使ったモデルの改良によって、より緻密な分析も可能となるので、引き続き調査を継続して参りたい。昨今、地方銀行の再編や中小企業の生産性向上が喫緊の課題となっている。これらの諸問題について本論のモデルを用いて考えるなら、まず再編時には統合によってPDが低減するような組み合わせが望ましい。つまり、統合によってアセットボラティリティが比例的に増加するのではなく、相殺されるような組み合わせがPDの観点から良い事が本論のモデルから示唆される。

参考文献

- 金子拓也、中川秀敏 (2010) 「信用ポートフォリオのリスク計量：金利変化見通しと個別企業価値変動を考慮したトップダウン・アプローチ」、『日本銀行金融研究所 金融研究』第7号、19-44頁。
- Marshall, David, & Pili, Ismael. (2019). *CreditSights: Japanese Regional Banks: Terminal Decline*. Retrieved August 31, 2020, from <https://know.creditsights.com/>.
- Merton, Robert C. (1974). On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates. *J Finance*, 29(2), 449-470.
- 日本銀行 (2020) . 時系列統計データ検索サイト . 2020 年 8 月 31 日参照
<<https://www.stat-search.boj.or.jp>>
- 日本経済新聞 (2019a) . 地銀の 6 割、10 年後赤字 日銀試算: 「再編も選択肢」 . 日本経済新聞 . 2020 年 8 月 31 日参照 <<https://www.nikkei.com/article/DGXMZO43852690X10C19A4EE9000/>>
- 日本経済新聞 (2019b) . 地銀の低金利競争は適正か . 日本経済新聞 . 2020 年 8 月 31 日参照
< <https://www.nikkei.com/article/DGXMZO53265530S9A211C1SHE000/> >
- 日本経済新聞社 (2020) . ヒストリカルデータ . 2020 年 8 月 31 日参照
<<https://indexes.nikkei.co.jp/nkave/archives/data>>
- 日本商工会議所 (2020) . 業務の教科書 . 2020 年 8 月 31 日参照
<<https://www.biznavi.jp/corporation/774>>
- NTT Data. 数理計画用語集 . 2020 年 8 月 31 日参照
< http://www.msi.co.jp/nuopt/glossary/term_f5a4fc8856e71f6ca220d1baf48b73b58a2bc1e7.html
- スロウィッキー、ジェームス (2009) 『「みんなの意見」は案外正しい』角川文庫 . .
- Sutton, Richard S. & Barto, Andrew G. (2018). *Reinforcement Learning: An Introduction*. (2nd ed.). (Cambridge): The MIT Press.

Analyzing the Reason Local Japanese Banks are Increasing their Lending Amount These Days

<Summary>

Takuya Kaneko, Ph.D. (ICU)

Local Japanese banks are strongly increasing their lending amount these days. However, lending interest rates are said to be extremely low and not profitable. This research analyzes this reason by utilizing reinforcement learning algorithm. Stock prices can be regarded as a sum of discounted dividends theoretically. The author proposes a dividend amount model including a bank's risk asset and calculates its derivative coefficient. It tells us that banks are maximizing their profits (dividends) by adjusting their risk asset to their default probabilities (PD). In other words, a bank takes a risk by increasing risk asset when its PD is smaller than the target level (the risk appetite is strong) and reduces risk by decreasing risk asset when its PD is greater than the target level (the risk appetite is weak). The author uses the Merton model, the standard default calculating model, and finds out that local Japanese banks increased their lending amount because of their strong risk appetite. Contributing to the research, the author improves the model using the interest rate term structure and analyzes other countries' cases.