

G. フレーゲの論理・数学・言語の哲学*

野本 和幸

ゴットロープ・フレーゲGottlob Frege (1848-1925) は、19世紀後半から20世紀初頭にかけて仕事をした、ドイツの数学者・論理学者・哲学者である。

ニーチェ (1844-1900) の名前は、和辻哲郎 (1889-1960) の『ニーチェ研究』(1913) 以来著名だが、同年配のドイツのG. フレーゲの知名度は日本では依然として低い。(両名とも、夏目漱石 (1867-1916) より20年余り年長である。) フレーゲの仕事は、ヨーロッパの数学界でも生前その真価をなかなか認められなかった。しかし19世紀後半から20世紀前半の代表的な数学者では、R. デデキント (ドイツ)、G. ペアノ (イタリア)、D. ヒルベルト (ドイツ) 等や、ライプニッツ研究のL. クチュラ (コレージュ・ド・フランス) が注目し、哲学の若い世代では、現象学の祖となる初期E. フッサール、英国のB. ラッセル、L. ウィトゲンシュタイン (ウィーン／ケンブリッジ)、R. カルナップ (イエーナ大学でのフレーゲの学生、プラハ／ウィーン／UCLA) 等に、フレーゲは決定的な影響を与えた。フレーゲはアリストテレス以来2000年の論理学革命を遂行し、「論理主義」と称せられる数学の哲学を提唱、同時に論理と言語を巡る深い哲学的考察を展開して分析哲学の祖となった。

* 本稿は、ペディラヴィウム会、ICUキリスト教と文化研究所、ICU哲学研究会共催の公開講演会「数えること、親子関係、ことばの諸相（意味・発話の力・色彩・脈絡依存）——フレーゲとその前後から——」（2015年10月7日）での配布原稿草稿を若干手直したものである。

ここで先ず誤解のないように、予めはつきりさせておきたいが、フレーゲ前後の「論理主義」と称せられるプロジェクトは、政治・経済・歴史・科学研究・文芸等の諸活動という人間の営みすべてや世界の森羅万象を何から何まで、何らかの「論理」なるもので説明しようとする「汎論理主義」（そういうものがあるとして）といった、誇大妄想的な企てとは全く関係がない、ということである。本稿でいう「論理主義」は、数学、それも幾何学を差し当たり括弧にいれた、(算術・解析学を含む)「純粋な数論」のみを「論理」によって基礎づけようという、明確に限定されたプロジェクトである。しかも「論理」ということで何を指すかは各論者によって異なる。フレーゲにやや先行ないし並走するデデキントは「素朴集合論」を、E.シュレーダーはC. S. パースの関係算と量化で補強した「ブール代数」を念頭においており、フレーゲの開発した「論理学」（高階述語論理）ないし一階述語論理+素朴集合論とは異なっている。フレーゲの探究の射程は、上記の意味での、①「論理」による数論の基礎づけとしての「論理主義」の追究（それはしかしラッセル、ツェルメロらのパラドクスに曝される）と、それに密接に関連しつつも、後述のように、「数学の哲学」を超えて、②言語表現の意味とは何かを巡る考察から、言語表現の意味 *Bedeutung* と意義 *Sinn* の著名な区別、また話法や「知る」「信じる」のような認知に関わる「意味論的な探究」に到る。③さらにフレーゲは、未だ萌芽的断片的とはいえ、話し手が発話することで、単に何かを意味するだけでなく、何かを主張し、命令し質問するといった発話行為 *speech act* を行い、相手に一定の力 *Kraft, force* を行使することに気づいて、後のオースティン J. L. Austin らの発語内行為 *illocutionary act* 論の先駆となり、さらには「物語」「虚構」について若干言及し、後の「言語哲学」中の「虚構論」への繋がりももつ。

欧米では少なくとも1950年代以来、フレーゲに始まる「哲学探究」のスタイルは、既に主潮流の一つを形成している (Stegmüller [1975-1987]; Dummet [1993] 等参照)。そして現在も依然、賛否両面で、現代

哲学に広範で深甚な影響を及ぼし続けている。実は「数学の哲学」については日本でも既に、フレーゲ存命中の1915年（大正4年）に田辺元は「自然数論」という論文（[1925]『数理哲学研究』所収）で、デデキント、カントル、フレーゲ、ラッセル、ヒルベルト、フッサール、ポワンカレ等を論じている。こうした学統は、三宅剛一「数の対象性」（[1929]『哲学研究』No.158）、下村寅太郎『無限論の形成と構造』（1944）、数学者末綱恕一『数学と数学史』（1944）、高木貞治『数の概念』（1949）、白石早出雄『数と連続の哲学』（1951）等に引き継がれる。戦後こうした哲学者・数学者たちを発起人に、物理学者、例えば、湯川秀樹博士らも加わって科学基礎論学会が、また科学哲学会も組織され、現在では各500名前後の哲学者・論理学者・数学者・科学者の専門を越えての交流が続いている。

そこでまず、ゴットロープ・フレーゲの略歴を紹介しておこう（詳しくは、野本 [2003]）。

フレーゲは、1848年ドイツ北東部バルト海沿岸のハンザ都市ヴィスマール（Th. マン『ブッデンブローク家』でお馴染みのリュエベックから東約30km）に生まれ、当地のギムナジウムを卒業する。父は、初等教育を終えた10歳以上の女子のために私立高等女学校をヴィスマールに創立して初代校長を務め、母も同校教師であった。同校では宗教教育を重視するとともに、独仏語、歴史・地理、理科、算術といった教科が教えられた。父は文筆家でもあり、『世界史概説』『九歳から十三歳までの子供のためのドイツ語教育用手引書』（その第一章は「言語の論理構造」の由）、また『人間性における神意識の発展概説』といった宗教書も出版している。母方の祖父はゲッティンゲンで文献学・神学を学んだ牧師で、各地の教区監督を勤めた。父は1866年チフスの大流行で急逝し、母が校長としてフレーゲ兄弟の養育に当たる。幼少から内気で極端に引っ込み思案だったフレーゲを案じた母は、比較的近い大都会ハンブルグ、ベルリンの大学を避け、ハレ、ライプツィヒよりさらに南の小邑イエーナの大学に入学させた。フレーゲの数学物理学の師・特任教授E. アッベE. Abbeは、顕微鏡・カメラ

等光学機器の発明改良で、大学発ベンチャー企業ツァイス社の技術顧問として、イエーナの町に多大な貢献をする。やがてツァイス財団を創設し、大学の天文台等の諸施設整備やフレーゲら若手研究者の支援を生涯惜しまなかった。フレーゲは、哲学ではK.フィッシャーのカント講義を聴講する。ついでアッペラの勧めで、師たちの母校ゲッティンゲン大学に移る。哲学はH.ロツツェの宗教哲学を聴講したのみで、数学・物理学に専念し、射影幾何学（無限遠点等の虚の構成体）で1873年A.クレブシュの許で学位獲得した。ゲッティンゲンの数学科は、当時世界の数学界のメッカで、C. F. ガウス以来H. リーマン、L. ディリクレ、R. デデキント等の巨匠たちを輩出（ナチスの支配・介入までは、F. クライン、D. ヒルベルト、P. ベルナイス、H. ワイル、E. ツェルメロ、G. ゲンツェンらにより第2期黄金時代を迎え、高木貞治も1900年に留学、日本の数学が世界的水準に到達する。物理学科も、M. ボルン、W. ハイゼンベルク等、10数名のノーベル賞受賞者を誇っているという（大西健夫 [2016]）。

1874年フレーゲは「量概念の拡張による演算法」（加法群での再帰的演算法）で教授資格請求論文が受理され、同年イエーナ大学数学私講師（しかし正統的数学から逸脱しているとされ、長期間この地位に留まり、ひたすら研究・教育に専念）、やがて師アッペの支援でワイマール政府助成の名目で1886年に員外教授、1896年には教授（ただし、教育・研究のみに関わる一代限りの財団特任教授）に就任する。

19世紀後半の数学はまさに革命期を迎えており、幾何学・解析学双方の一般化の線上において、虚数、複素数また無限遠点といった新奇な対象に何故従来の加減乗除の演算操作が適用可能なのか、またその存在論的ならびに認識論的身分は如何といった哲学的問題が、数学者の間でも激しい論争となっていた。当時の粗い「形式主義」は、数学を単なる記号の演算操作ゲームと見なした。だが、フレーゲは、算術（数論や解析学）が「内容をもつ」と考え、またそうした「内容的算術」の認識論的・存在論的問題に関しては、虚の構成体のみならず、実は最も初等的な自然数について

さえ、数学者は自らの研究対象に何も説得的な説明を与えていないと考えた。そこでフレーゲは数学の緊急課題が、内容的数学そのものの基礎づけ、その認識源泉の究明にあると確信し、その探究を自らのライフワークに定める。

「私は数学から出発した。この学問におけるもっとも緊急の課題は、よりよき基礎づけを与えることにあるように私には思われた。…こうした探究に際しては、言語の論理的な不十分さが妨げになっていた。私は私の概念記法に〔そうした障害の〕除去策を求めた。こうして私は数学から論理学に到った。」(「ダルムシュテッターへの手記」(1919.7.)、フレーゲの著作、フレーゲ哲学入門や歴史的関連については、文献一覧参照されたい。)

A. ^{かぞ}数えることと親子関係——論理学の革命と序数論

§1. はじめに

1.1 フレーゲの探究のイメージ

以下のウイトゲンシュタインの比喩を借りて、フレーゲの仕事の概略の見当をつけよう。中世以来の、例えばウィーンのような、ヨーロッパの都市を想い描いていただきたい。

われわれの言語は、これを一つの古都とみなすことができる。路地や広場、古い家や新しい家、さまざまな時代に建て増しされた家々から成る一つの錯綜物であって、これが、まっすぐできちんとした街路と同じ形の家々から成る、一群の新開地によってとりかまれているのである。(Wittgenstein [1953] 18節)

この比喩でいえば、フレーゲの研究には、言語使用への関心が、当初の (i) 専ら数記号や演算記号から、(ii) さらに郊外の新開地での論理記号に、しかし一転して (iii) 旧市街での日常的で多様な言語使用へと方向を変えているように思われる。

すなわち、フレーゲが探究を着手する (i) (新改築の家々の混在する) 新市街には、新市庁舎やオフィスビルや学校がある。学校では「0, 1, 2, 3...」の算用数字や+, x, =, <, 「等の算術記号による四則計算や、物理の勉強で加速度の微積分計算をしたり、水の電気分解実験の結果を、化学記号を交えて「 $2\text{H}_2\text{O} = \text{O}_2 + 2\text{H}_2$ 」と報告したり、ユークリッド幾何学で「三角形の内角の和は2直角である」ことを「証明せよ」と要求されたりする。

(ii) いっそう郊外の、整然とした新開地の大学や研究所、工場では、現在なら論理記号をも用いて命題や推論・証明の過程を顕在化させ、コンピュータ・プログラムの設計等が行われている。

踵を返して、(iii) 旧市街に戻ってみれば、往時の市城壁に囲まれた旧市街には、広場に面して旧市庁舎、教会、オペラハウスやマルクトがあり、路地や旧い家並が連なり、レストランやカフェ、ピヤホールがある。「ビール、ジョッキ3杯！」と注文し、ビールが運ばれ、ボーイは請求書の計算をし、客は清算をする。奥では店長が「パーティの出席者数と予約席が回数かどうかを確認せよ」とボーイに命じている。小学校の校庭では生徒たちが、「1番」「2番」…と徒競走の順番を「数え」ている。ひとびとはまた、「人間みなきょうだい！」と主張したり、「誰からも愛されるひとがいるか？」と尋ね、「アブラハムはヤコブの祖父だ」と知っているが、「イエスはキリストだ」と信じ、あるいは疑う。¹⁾あるいは広場の噴水の近くでは、旅芸人が物悲しい調べに合わせて不思議な物語を弾き語りする。奥のロカールに座り込んだある観光客が「わたしがいまここにいる」のは確かだが、「ここがどこで、いまがいつで、私が誰だかわからなくなった」と当惑したりする。フレーゲはまた、こうした言葉の諸相の探索にも着手している。

このように、上の比喩でいえば、フレーゲの探究の道筋には、いわば

1) 下線部は、「数」に関わることばであり、傍点各部分は主張・命令・疑問・質問等の一定の言語行為 *speech act* やわれわれの信・知に関わる態度等を示唆している表現である。

(i) - (ii) 新旧市街地で、順番や人数を「数え」、請求書の「計算をする」等をはじめ、「算数・数学から出発」して、(iii) さらなる新開地において、数学を基礎づけ、定理を証明し、「新しい論理学」を構築し（いまならコンピュータ・プログラムを設計する）、そして (i) - (iii) 新旧市街・新開地を往還しつつ、数学・論理などの科学用語のみならず旧市街での日常的な言語使用の多様で豊かな諸相についての、意味論的・哲学的な考察に到る、といったような方向が認められる。

新旧両市街でも共に、「ことば」は意味をもち、単称名（「モーセ」「東京」「宵の明星」「ICU」「0」「1」等）は、それぞれ個体・都市・天体・大学・数等を名指し、「人間」「ビール」「愛する」「親子関係」「+」「=」「<」等は何らかの概念・種・関係等を表わす。「これ」のような指示詞、「いま」「ここ」等の脈絡依存的表現によって、われわれは時空的に広がる世界との繋がりをつけ、「私」「あなた」等の指標詞を介して自分自身や他者との関わりを表す。さらに発話によってひとつとは、主張し、問いかけ、命令し、注文する（相手に向かって発話内の「力force」を行使する）。また直接話法以外に、間接話法や「宵の明星は明けの明星だと知っている」「 $2^3+1=9$ と知っている」や「イエスはキリストだと信じる」のような知・信という複雑な話法を、われわれは日常的になんの苦もなく駆使している。また「そして」と「しかし」、「あなた」「貴殿」「閣下」「貴様」「おまえ」等々の間には何か毀誉褒貶・差別などに関わる差異（フレーゲはことばの「色合い／色彩Färbung」の違いという）が認められる。さらにことばは、各人に多様な表象／イメージVorstellungを喚起し、事実報道とは異なる、様々な物語や虚構をことばだけで紡ぎ出すことができる。フレーゲは、こうした言葉の諸相の探索、現代の意味論や言語哲学の展開への端緒をも与えた。

1.2 フレーゲは哲学者か

ところでフレーゲは「哲学者」なのか、単に数学者、論理学者にすぎ

ないのではないか。それどころか上述のように、フレーゲは、19世紀後半の数学観では「正統的な数学者」とさえ認められず、彼の仕事がアリストテレス以来の「論理学」の革命を齎すことに気づいたひとは5指に満たない。まして20世紀後半まで「哲学者」とは見なされなかった。だがニーチェも元来は西洋古典文学専攻（ギリシャ悲劇）で、講壇哲学者ではない。フレーゲ同様ホワイトヘッド、ラッセル、フッサールも数学出身、ウイトゲンシュタインは航空工学、カルナップは物理学専攻で、それぞれが哲学へと越境、未知の境界領域を切り開いたひとびとだった。哲学研究に、伝統的ないし古典的の哲学についての素養があった方がよいのは、論を俟たないであろう。だが哲学の探究に、例えば、哲学科出身という出自は、必須条件ではなかろう。

それにしても、フレーゲの探究は「哲学」に入るのか？ 余りに狭隘ではないのか、単にエンジニアではないのか——疑問は尤もであろう。しかし、彼の探究は根底的かつ、きわめて普遍的であって、今日のコンピュータ時代・情報社会の出現に、間接的には、巨大な影響を与えた。しかしそれは根底的な基礎理論の齎す予期できない結果であって、フレーゲ自身がコンピュータ開発に直接関わったわけでは全くないし、その意図もなかった。しかし、コンピュータ・プログラム開発に携わる現代の最先端の情報数学者によると、フレーゲの論理思想は現在でも新しいプログラム開発に大変示唆的なのだそうである（佐藤雅彦 [2016]）。

1.3 フレーゲの課題

さてフレーゲの初発の問いは、「順序づけ、^{かぞ}数える」ということでわれわれは何をしているのか、「数1」とは何か、記号‘0’は何を意味するのか、‘ $1+1=2$ ’とはどういう意味なのかといった、小学生のような問いであった。こうした初歩的な問いをしつこく問うような小学一年生がいたら、進級するのも難しいであろう。しかし、 1 、 $1+1=2$ 、 $2+1=3$ 、 $3+1=4$ …以下無限に到る、となると事は大変面倒な難題に直面してしまう。こういう考え方

の底には、 n から $n+1$ への推論、いわゆる「数学的帰納法」という魔物が潜んでいる。フランスの大数学者H.ポアンカレは、こうした推論法をフレーゲ、ラッセル、初期ヒルベルトのように、一般的な論理法則に基づけようとする論理主義に断固反対し、無限への飛躍は数学固有の創造的な（ある種カント的）直観によると主張した（Poincaré [1908]）。

確かに多くのひとは、そうした課題に取り組むことが労苦に値するとはみなさないだろう。彼らが思うには、このような概念は初等的な教科書で実際十分に扱われており、それですっかり片がついているのである。そんな単純な事柄についてなお何か学べることがあるなど一体誰が信じようか！ …だがここには学ぶということの第一の前提条件、つまり、無知の知がしばしば欠けている…確かに本書での私の論述は恐らく、多くの数学者が適切だと思う以上に、哲学的であるだろう。しかし数概念の根本的な探究は、いつも多少とも哲学的にならざるをえないであろう。この課題は数学にも哲学にも共通なのである。

これら [二つ] の学問の共同作業は、両方の側からかなり開始されているにもかかわらず、望ましい所までは、また恐らく可能であろう程度までは成功していないとしたら、思うに、それは、論理学にさえ侵入している心理学的な考察法が哲学において優勢になっているからである。（Frege [GLA] (1884) 緒論 III-V）

§2. カント (1724-1804) の問題設定

高校時代に、ドストエフスキ (1821-1881) が『地下生活者の手記』で、ある登場人物に「 $2 \times 2 = 4$ の算術だの自然法則などと抜かしている奴は、牢獄の石の壁に頭突きして死ね！」と悪態をつかせている場面に出会い、怪訝に思った。これは19世紀後半のロシア・インテリ層のなかに、合理主義（あるいはカント哲学？）への漫然たる反感があったことの現れなのだろうか？ そこでカントを少しばかり復習しておこう。

2.1 カントの問題提起

カントは、哲学に以下の4つの問いを掲げている（〔1781〕KrV「方法論」第2章）。即ち、(1)「私は何を知りうるか」（いわゆる認識論）、(2)「私は何をなすべきか」（実践哲学・倫理学）、(3)「私は何を望むことが許されるか」（宗教哲学）。これら三つの問いは、つまるところ、(4)「人間とは何か」（人間学）に収斂するという。

認識論の問いは、「人間の認識はどのようにして可能（つまり、妥当）なのか」という問いである。カントによれば、認識は「判断」（文や命題）によって表される。

そしてカントは、判断を以下のように分類している。判断には、アポステリオリ〔経験に依拠する〕判断とアプリオリ〔経験から独立で／経験に帰着できない普遍的な〕判断がある。また判断は分析的 *analytisch* と総合的 *synthetisch* とに分けられる（〔1783〕§2-3）。分析的判断は、矛盾律のみに従い、述語概念は主語概念に含まれる。（例えば「人間は動物である」は分析的である。古来の定義では、概念「人間」は「理性的動物」とされてきたから、主語概念「人間」を分析すれば、「動物」は部分概念として既に含まれている。）分析的でない判断は、総合的で、述語概念が主語概念に何か新しい情報 *information* を与え、主語概念を拡張する。例えば、知覚判断「この石は熱い」は、アポステリオリで総合的とされる。一方、カントによれば、学問的判断はすべて何らかの普遍性を主張しているから、アプリオリな判断であるという。学問的判断のうちで、①論理学的判断はアプリオリで分析的だが、その他の学問的判断は皆、アプリオリ（普遍的）だが総合的だ（新しい情報を与える）という。すなわち、②数学（幾何学「三角形の内角の和は2直角」、算術「 $3+2=5$ 」）③自然学的判断、例えば、「すべての出来事には必ずその原因がある」、さらに、④形而上学的判断（魂論〔魂の不死〕・宇宙論〔世界は時空的に有限か無限か、世界の出来事は必然か否か（自由があるか）〕・理性的神論〔神の存在証明は可能か〕）。

カントによれば、以上のような人間的認識の妥当性への問いは、「いかにしてア・プ・リ・オ・リで総合的判断は可能か」に収斂する。カントは、人間的認識の成立条件として、形式、即ち、〈感性的直観の形式（時間・空間）と悟性の論理的形式（概念・カテゴリ）〉と、内容・実質（感覚内容）の両者を要求し、「内容なき思考は空虚であり、概念なき直観は盲目である」（KrV, B75）と主張した。

2.2 数学的判断

カントによれば、数学的判断は総合的だという（ここに先述の「壁に頭突きして死ね！」発言の標的があろう）。カントは、算術的判断が記号的演算構成の継時的進行であって、時間的構成によるという。いまはこのアイデアを検討する暇はないが、現代の数学基礎論で「直観主義」ないし「構成主義」（有限個の、記号とその組み合わせ規則による）というコンピュータの基礎理論に直結する有力な立場の、いわば先駆けでもある。「計算」は有限時間内に有限回で終了しなければ役に立たないからである。

§3. カントからフレーゲへ——「論理学の革命？」

3.1 アリストテレスは論理学を完成させたか

ところでカントは、論理学が「アリストテレス以来進歩もなければ後退もない、いわば完成された学問」だ（KrV）という。だがしかし、ここにはいわゆるルネッサンス・宗教改革の光と影がある。ルネッサンス期以降19世紀後半までのいわゆる「伝統的論理学」は、実はストアの命題論理、中世の様相論理その他を無視ないし忘却し、アリストテレス・中世からも後退していたのではないのか。

まずアリストテレス流の伝統的な論理には、命題を単位とする「命題論理」が組織的、明示的には組み込まれていない。幼稚園児でも容易に理解する命題論理の推理の例を挙げておこう。

- (a) 「晴れば、遠足に行きます」「晴れた！」 ∴ 「遠足だ！」
 (b) 「暇なら、お見舞いに行く」「お見舞いに来ない」 ∴ 「暇がないのだ」

またアリストテレス流の「三段論法」には、例えば「愛する」「親子」のような、「関係」は登場せず、[1a]「誰でも誰かを愛する」[2a]「誰かは誰からも愛される」の違いを表現できない。この違いがきわめて重要なのは、その違いが [1b]「どの自然数にもそれより大きい数がある」(真)と [2b]「最大の自然数がある」(偽)との重大な差異と、同じ論理的構造をもつからでもある。また極限、無限、連続といった解析学の基本的概念の表現には、上記 [1] [2] のように、「すべて〔誰でも〕」「ある〔誰か〕」(量化quantificationという)を「多重multiple」に導入する必要がある。フレーゲに端を発するこうした表現装置は、現在では数理学の表現形式に、それと名指しされることもなく、不可欠のリテラシーとして組み込まれている。²⁾

3.2 フレーゲは「論理学の革命」を齎したのか

フレーゲは、命題論理を有機的に組み込んだ、関係を含む高階述語論理の完全な公理体系を史上初めて構築した ([BS] (1879) ; [GGA] I (1893))。しかしフレーゲの論理学は、論理学上の「革命revolution」と言えるのだろうか。

ここで著名な Th. クーンの科学革命論を参考にしてみよう (Kuhn

2) 「すべて〔誰でも〕」を 'All' の頭文字を上下転倒して 'V' と、「ある〔誰か〕」を 'Exist' の頭文字を左右反転させて 'E' と、また「xはyを愛する」を 'Lxy'、また「yはxより大きい」を 'x<y' と表記すると、[1a]「誰でも誰かを愛する」は、 $\forall x \exists y Lxy$ と、同様に [1b]「どの自然数にもそれより大きい数がある」は、 $\forall x \exists y (x < y)$ と表記され、[1a] [1b] の論理構造は同じである。同様に、[2a]「誰かは誰からも愛される」は $\exists y \forall x Lxy$ と、[2b]「最大の自然数がある」は $\exists y \forall x (x < y)$ と表記され、[2a] [2b] の論理構造も同一である。だが、[1b] は自然数についての定理であるのに、[2b] は偽であり、[1a] は経験的には真だろうが、[2a] は希有なアイドルの存在主張でしかないであろう。

[1962]；[1977] 参照)。クーンは、後年の『本質的緊張』(1977)において、科学研究においては、「求心的思考 *convergent thinking*」(パラダイム内でのパズル解きとしての通常科学 *normal science*) と「逸脱的思考 *divergent thinking*」(パラダイム変換としての科学革命) との間に絶えず「本質的緊張 *essential tension*」があるという。こうした考えは、論理や数学にも拡張可能であろうか。ところでクーンによれば、科学の各分野には、その分野で専門家になるために習得すべき、当の分野での標準的「教科書」が存在し、「パラダイム変換」は、その根本的な書き換えに典型的に現れる、という。

「論理学」の教科書は、恐らく欧米ではフレーゲ、ラッセルの論理を継承するヒルベルト・アッケルマン『記号論理学の基礎』(1928)以来、本格的には第二次大戦後、日本でいえば、1960年代後半以降に一変した。旧来の伝統的論理学の教科書はほとんど姿を消し、フレーゲ以降の現代論理を反映した教科書に様変わりした。現在では数理系は無論のこと、哲学・倫理学、法曹・教育関連、公務員・医療看護従事者・社会福祉関連への進学志望者向けの、また一般教養としての多様な「論理学入門」ないしいわゆる *critical thinking* の教科書が、内外で多数出版されているが、伝統的論理学で済みますというものはほとんどない。

のみならず、フレーゲに端を発した論理学は、幾多の英知 (Gödel、Turing、Church、Kleene等) の貢献を介して、有限時間内の有限回の操作で計算可能 *computable* とはどのようなことか、そのプログラム言語はどうあるべきかへの探求に繋がり、情報数学・コンピュータ科学の基礎を構成し、またエンジニアの創意工夫を通して、今日のコンピュータ時代・情報社会に遥かに繋がる巨大な影響を与えた。のみならず、フレーゲの着想は、なお現在のプログラム設計に斬新な示唆と刺激を与えうるそうである (佐藤 [2016])。³⁾

3) こうした論理とコンピュータ開発の事例は、純粋な基礎研究と科学技術への

§4. フレーゲ哲学の概観——「フレーゲ論理主義」のプロジェクト

ここで改めて、フレーゲの全仕事を捉え直すと、それには三つの大きな柱があると思う。第一は、(A) 論理・算術の公理的体系化の仕事、第二は、(B) そうした体系化の準備ないしは解明の仕事で、第三は、(C) 論争的・批判的な仕事である。

第一の仕事 (A) は、フレーゲが自ら考案した「概念記法」という記号言語を構成し、初の高階述語論理の公理体系化とそれを基礎に、算術（序数・基数論、実数論）を導出する試みである。

第二の (B) は、フレーゲが、「説明言語」(現在の「メタ言語」に相当) と呼ぶ、日常のドイツ語による、公理体系構成のための「予備学Propädeutik」という探究である。それは、体系構築のための準備として、(B1) 記号言語そのものについてのメタ的な「統語論的・意味論的解明」、(B2) 自らの基本的な論理のカテゴリー区分（対象・関数・概念・関係等）や後述の意味論的区別（意味・意義、力、色あい等）についての、比喩をも駆使しての示唆・解明の仕事である。

第三 (C) は、当時の全欧規模での一流の数学者・論理学者たちとの誌上論争ないし書簡論争である（『フレーゲ著作集6』（以下、『著作集』と略記）；野本 [2003]）。

フレーゲも幾何学が基本的には空間直観に基づくと考えた。一方解析学は、極限・無限・連続等の基本的概念を長期間幾何学・運動学に訴える説明に頼ってきたが、19世紀後半この依存性から脱却し、解析学の「自律性」を目指す趨勢が有力になった。いわゆる解析学の「厳密化」であり、この潮流に棹さしつつ、さらにその流れを先に進めようと、当時台頭しつ

応用との関係について重要な示唆を与えるかもしれない。例えば、次のような問いが緊急の問題であろう。すなわち、①目先の開発のみに特化した短期的研究開発や使い捨て技術に終始してよいのか。②基礎研究の応用の、人類の命運を左右するような巨大な影響力について、功罪両面での予測困難性の問題をどう考えるべきか。例えば、情報科学でいえば、研究開発・医療・交通・情報通信・物流はじめ現代社会の隅々に及ぶ情報共有の利便性と、軍事技術・情報漏洩・サイバー攻撃等々の場合によっては、負の側面の評価。

つあったのが、算術・解析学は「展開された論理学だ」という「論理主義」であった。フレーゲもこうした新思潮に同調する。この考えはカントに反し、ライプニッツと共に、算術的命題を「分析的」と見なすことである。ゲッティンゲンの哲学者H. ロツツェも「数学は一般論理学がそれ自体で自己展開した一分枝だ」と言う。

しかしその実証には、いかなる直観にも訴えずに、純粹論理的な概念による定義や基本的な論理的公理のみから、純粹論理的な推論規則だけを介し、全算術的命題を論理的定理として、実際に導出しなければならない。だがアリストテレス以来の、従来の伝統的な形式論理学は、算術的命題を表現するためには無力であった。かくしてフレーゲは、日常言語の多義性を回避し、数学者による飛躍した推論や隙間のある証明を厳密化するため、明晰で「見通しのよい」記号言語、「概念記法」を構成することが急務と考えた。

§5. フレーゲの処女作『概念記法』[BS] (1879) の発刊

5.1 『概念記法』における「論理主義」の構想について

私は概念記法の構想を、それがはっきりした形をとるかなり以前から、抱いていた。算術の基礎づけに当たって、暗黙の諸前提を確実に排除する必要性が、1879年の概念記法に導いた。概念記法への取り組みが、今度は算術の基礎概念を一層厳密に把握するように促した。(ジャーデン宛書簡 (1902.9.23.) [WB] 111; 『著作集6』)

先述のように、フレーゲは「数学から出発し、そのもっとも緊急の課題、よりよき基礎づけを与える、という探究に際しては、言語の論理的な不十分さが妨げになっていた。私は私の概念記法に〔そうした障害の〕除去対策を求めた。こうして私は数学から論理学に到った」(「ダルムシュテッターへの手記」(1919.7.) 『著作集4』) と述べる。

そのことを、特に [BS]「序言」と第III章において確認しよう。

まず「序言」において、以下のような「論理主義」的方向が示唆されている。

問われるのは、算術を如何にして最終的に最も堅固に基礎づけるかである。最も堅固な論証は、すべての認識がその依拠する法則のみに基づく純粋な論理的論証である。よって、すべての真理は、(1) 完全な証明が純粋に論理的に遂行しうるか、それとも (2) 経験の事実に依拠せざるを得ないものか、に〔カント風に〕区分される、という。

それでは算術的判断はいずれかであろうか。それには、思考の法則のみに依拠する推論だけで、算術においてどこまで達しうるかを、まず探究しなければならなかった、という。そのための手順は、まず「系列における順序」の概念を、論理的後続の概念に還元し、そこから数概念へと歩を進める」ことだった。「その際、直観的な何か気づかないうちに入り込むことが起こりえないためには、すべては、推論連鎖に隙間のないことに、懸からざるをえなかった。この要求をきわめて厳格に満たすには言語の不十分に障害があることが分かった。」

数学者はしばしば飛躍して論を進め、「従って」「それ故」と結論に至る。なんらかの「推論」が行われたと分かっても、どのような筋道の推論なのかは説明されない。

それはわれわれの日常的な推論でも同様である。例えば、われわれは、「すべての円は図形である」から、直観的に直ちに、「円を描く者は誰でも、図形を描く」と推理できる。しかしどうしてそういう推論ができるのか、そしてその推理は本当に正しいのかと問われると、説明に窮する。この証明には、伝統的論理を完全に超えたフレーゲに始まる関係算に関わる後述の「多重量化」を組み込んだ「述語論理」の構築なしには不可能である。

関係の連鎖がひどくなれば、厳密さは低下する。このような必要性から、概念記法という構想が生まれた。よって第一に、概念記法は推論

連鎖の適切さをもっとも確かな仕方では吟味し、気づかれずに紛れ込むいかなる前提をも告知するのに役立つはずである。それゆえ推論の帰結にとって意味のないものはすべて表現することを断念した。私にとって重要なことだけを、概念内容と表記した。…「概念記法」という名前もここから生まれた。([BS] IV)

推論を表記する道具としての、「概念記法」という記号言語導入の必要性を、フレーゲは、「素手とハンマー、裸眼と顕微鏡・望遠鏡」等の比喩で説明している。「顕微鏡は〔解像度を上げる〕目的に完璧に適合しているが、汎用性はないように、…この概念記法も、ある確定した科学的目的のために考案された補助手段なのであり、他の目的に何も役に立たないからといって排撃してはならない。科学の方法・手段の改良もまた科学を促進する…」([BS] V)

こうした事実を、フレーゲはその師アッペによる光学顕微鏡の理論的・技術的改良が、どれほどの進歩を医学・生物学に齎したかを、身近で顕著な例として知っていたと思われる。先述のように、アッペはイエーナのベンチャー企業ツアイス社の技術顧問として、その光学機器の発明によりツアイス社を世界的企業にし、イエーナの街を繁栄に導いた。かつイエーナ大学の天文台建設・数理棟の建設・図書館の整備、およびフレーゲら不遇の先進的若手研究者を財政的に援助したのであった。

『概念記法』でフレーゲは、算術的命題から出発し、「命題の関数論的分析」によって、算術の基本要素を析出するアプローチを優先させた。こうして「遺伝性」「系列における後続（祖先関係）」「一意性」「数学的帰納法」さらには「連続性」「極限值」といった、算術・解析学の不可欠な「数学的概念」が、「ならば (\rightarrow)、でない (\neg)、等しい ($=$)、すべて (\forall)」といったごく少数の原始的論理語の複雑な組み合わせによって定義され、その定義から、算術的諸定理が分析的に導かれることを示そうとする。

5.2 『概念記法』 [BS] III 系列

第 III 章の「系列の一般理論」は、デデキント・ペアノ算術と同形の、一種の「純粹論理的構造主義」、ラッセル [1903] のいう「前進列 progression」に関わる「序数論的算術」の独自の算術体系への基礎を提示している。⁴⁾

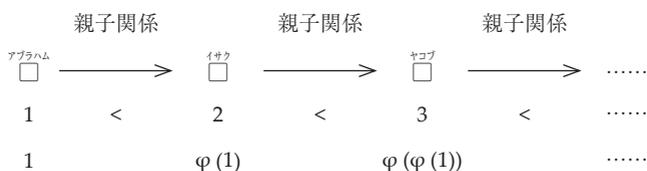
フレーゲは『概念記法』第 III 章で、算術の基礎づけに不可欠な「系列の一般理論」の基本概念の定義と、その概念から導出される基本的な定理を証明している。

これらの事例はいずれも、「直観にのみ基づくかのように思われる判断を、純粹な思考だけで、その固有の性質から、いかにして産出しうるかを示す事例」であり ([BS] §23)、それらは、フレーゲの4つの新奇な記号の定義から帰結する、4つの定理である。これらは、いずれもポアンカレが賛同したカント的には「アプリアリで総合的」と見なされる算術的判断の基盤となるもので、フレーゲは、定義を介し、こうした4つの定理に純粹論理的な証明を与えようと試みる。

例えばフレーゲは、序数論の展開のために、「弱祖先関係 weak ancestry ないし半順序」の定義を与える。

(a) 順序数 $1, 2, 3, \dots$ の集まりは、いわば、「親子関係」によって形成される「親族 family」を形成し、「子孫」(通例、その逆の「祖先 ancestry」も使われる) と論理的には全く同じ「構造」を満足する「親族」である。「アブラハムの子孫」と同様、いわば「1の子孫」、「1の親族」なのである。アブラハムを始祖とし、「親子関係」によって形成されるイスラエルの種族と同様に、1を始数とする順序数 $1, 2, 3, \dots$ は、「直続関係／大小関係」によって、 $1 < 2 < 3 < \dots$ という半順序を構成するのである。

4) この「系列の一般理論」を、フレーゲの最初の算術体系の基礎として、私は「概念記法—算術 [BA]」と名付けた(野本 [2012])。これは、ライプニッツの「普遍記号学 *lingua characteristica universalis*」、*「推論計算 calculus ratiocinator」*」の部分的実現である。



[φ はデデキントの写像/後者関数]

但し、この場合、順序数にとって肝要なのは、始数1の後者は2、2の後者は3、…のように「直続関係」を充たす各後者が唯一つに決まる「一意性」「関数性functionality」であり、同様にイスラエル種族に関しても、アブラハムの長子イサク、イサクの長子ヤコブ…（正確には「男系の長子」と想定されている。そして始数1で始まる序数列には、アブラハムを始祖とするイスラエル種族において、始祖から何らかの特性（例えば、〈ヤハウエを神とする〉）が代々「遺伝する」ように、例えば「自然数ないし序数であること」という特性がいわば「遺伝的」に伝えられる。しかも、1で始まる序数列は無限に続くのである（可算無限）。

この「数える」ということを、後年フレーゲの先輩デデキントは「あるものを他のものに関係させ、対応させ、写像するという人間の基本的能力」に根差し、それなしには「人間の思考Denkenはありえず」、*「数は人間精神が自由に創造したものだ」*（Dedekind [1888]）と述べている。

以上のように「親子関係」「直続関係」等を定義し、まずは「順序数1, 2, 3, …」としての数体系を証明できるような、強力な論理体系、現代の記号論理学の最初の公理体系を、フレーゲは『概念記法』BS [1879]で、一挙に構築する。（デデキントの自然数論 [1888]は、特殊算術的〔親族的〕関係を抽象し集合論的構造を抽出するが、フレーゲ算術はさらにそれを「論理学に還元する」。）

しかも驚くべきことに、しばしばカント的には「アприオリで総合的な算術的判断」の典型例として挙げられる、パスカルに淵源し、当時「ベルヌーイの帰納法」と称された「数学的帰納法」の基礎を、フレーゲは、次

の「 x が f -系列において遺伝的性質 F をもち、また y が f -系列において x に後続するならば、 y は性質 F をもつ」(f は「大小、親子など任意の順序関係」) ([BS] §27, 式81) に求め、しかもこの式が、「祖先関係・順序関係」の名目的定義から純粹論理的に帰結する「分析的命題」であることを、1階述語への2階述語の「代入」という純論理的手法で鮮やかに証明している ([BS] §27, 63-4)。ある現代の優れた論理学者はこれらの証明を、「飛行機を発明したライト兄弟が、さらにそのお披露目を、宙返り飛行で締め括ったようなものだ」(Boolos [1998] p.336) と評している。

(b) しかも先述のように、論理・数学に必要な語彙、論理記号は、さし当り、わずか4個「でない $\neg p$ 」「ならば $p \rightarrow q$ 」「すべて $\forall xFx$ 」「等号 $x=y$ 」(主著 [GGA] (1893) では集合論用の「クラス記号 $\epsilon \Phi \epsilon$ 」等を追加) 及び文の代理をする変項記号 p, q, \dots や述語の代理をする $Fx, Gy, \dots, Rxy, Hxyz, \dots$ のみで十分なのである (フレーゲの元来の表記とは替えてある)。

ところで、「概念」や「関係」とは何か? フレーゲは、概念や関係(例えば「 x は人間である」「 x は y の親である」)を、空所 x, y, \dots を伴い、その値が真または偽となる特殊な「関数function」と見なす。(固有名と関数表現の差異を、空所 x, y, z の有無によって、化合物分析に譬える。(例えば〈飽和した二酸化炭素 CO_2 〉を〈不飽和な一酸化炭素 CO_x + 酸素 O 〉に分析し、更に CO_x の O を除去し y に替え〈不飽和な炭素 Cy_x + 酸素の対 (O, O) 〉に分析する。)

5.3 フレーゲの「入れ子型多重量化nested multiple quantification理論」⁵⁾

フレーゲは、関係と量化 \forall [すべて] (但し、フレーゲ自身は \exists [ある、存在する]) を使用せず、 $\neg \forall \neg$ で代用) の導入により、表現力を飛躍的に拡大させた (以下、各量化を下線で示す。 \forall, \exists の表記については注3も

5) この節はフレーゲ論理革命の要ではあるが、省いても先の読解に大きな支障はない。

参照。要は \forall はAllの頭文字Aの倒置、 \exists はExistの頭文字Eの反転の略記)。

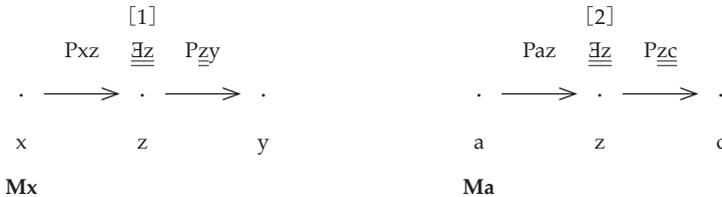
例. 真 (c*)「どの数にもそれより大きい数 [x<y] がある」(i.e. $\forall x \exists y (x < y)$).

偽 (b*)「どの数より大きい数 [最大数] が存在する」(i.e. $\exists y \forall x (x < y)$).

(P) 親族関係：親子関係「xはyの親である Pxy」、「xは男性 Mx」の二つの述語を使うと [‘&’は「そして」の表記]、例えば、

(a) 「祖父xと孫y」の関係は、「xが男性で [Mx]、かつxがあるzの親であり [Pxz]、かつzはyの親である [Pzy] ようなzが存在する」($\exists z (Pxz \& Pzy)$)」、つまり、以下のように表記される。

(a*) $Mx \& \exists z (Pxz \& Pzy)$. [下図 [1]]



(b) 「アブラハムaはヤコブcの祖父である」は、「aは男性 [Ma] で、かつaがあるzの親であり、かつzはcの親であるようなzが存在する」($\exists z (Paz \& Pzc)$)」、つまり

(b*) $Ma \& \exists z (Paz \& Pzc)$. [上図 [2]]。

祖父と孫の(血縁上の)関係には、祖父の子で、かつ孫の親である者zの存在が要なのである。(L) 愛の関係「xはyを愛する」(Lxy) とすると、既述のように(注2も参照)、

- (c) 「誰でも誰かを愛する」は ' $\forall x \exists y Lxy$ ' と表記され、
 (d) 「誰かは誰からも愛される」は、' $\exists y \forall x Lxy$ ' と表記されよう。
 (e) 入れ子型多重量化の推論の例：「 x は円」を ' Cx '、「 x は図形」を ' Fx ' と、「 x は y を描く」を ' Dxy ' と表記すると、前提「円は図形である」 $[\forall x [Cx \rightarrow Fx]]$ から、結論「円を描くものはみな図形を描く」 $[\forall y [\exists x [Dyz \& Cz] \rightarrow \exists z [Dyz \& Fz]]]$ を証明できる。

§6. 反響・評価

6.1 主査アッペの評価

フレーゲの師アッペでさえ、フレーゲの学問的能力を大いに賞賛しつつも、当初は『概念記法』の肯定的評価に到らなかった。

「この著作は著者の数学研究の副産物にすぎない。…本書の公刊は著作家としての幸運なデヴューとは見なしえない。…〔とはいえ〕最も抽象的な論理的、数学的問題を議論するその進め方は、一貫して独創的な研究の刻印を帯び、尋常でない精神的力量を示す。——こうした特性に、その他の点でも認識の形式的な連関に関する微妙な探究にほとんどセンスをもたないような数学者たちは、本書が当然受けるべき尊敬を払わないであろう。」(哲学学部長宛所見)

ともあれ同年夏フレーゲの員外教授招聘が実現する。

所見提出後、1880年再度アッペは『概念記法』を精読しなおし、フレーゲの新しい論理学の基礎づけの仕事が有意義なものだと公けに判断するに至る。アッペは、以後恒常的にフレーゲを支援し続ける。何故アッペは最初『概念記法』にそれほど失望したのか。一つには、この時期にイエーナの数学科に物理学とは別に、待望の純粋数学正教授職新設の可能性が急浮上し、フレーゲも有力候補者の一人と想定されていた。しかし正教授には、解析学、幾何学といった正統的な数学の分野での業績が要請される。アッペたちが、博士論文・就職論文で示された、幾何学・解析学を結ぶ数学の本道での、さらなる展開をフレーゲに期待したのも、無理からぬこと

であったろう。

だがフレーゲは、数学、論理学、哲学の境界線上に位置する、自らの信じる道を進んでいった。その革新性は、アッベが気づいたように、当時の標準的数学の分野を超えるものだった。こうした様々な要因が、『概念記法』を一読後、これはフレーゲの数学活動の「副産物」にすぎず、学界への「デヴェュー」としては失敗だと、アッベをして落胆させたのであろう。アッベのこの所見は、フレーゲを数学のアウトサイダーと見なす評価を同僚間にもたらした。大学のこの見解は、(アッベの訂正にもかかわらず)次作『算術の基礎』に続くフレーゲの仕事によってもさらに強められ、数学者としてのフレーゲの更なる学問的経歴を塞ぐ形になった。現代の抽象代数の創始者デデキントが後にフレーゲの著作を読み、自分と同じ路線にいるとの評価を公にしたのは、十年後の『自然数論』2版序文(1890)においてであった。

6.2 ブール派のBS評価と無視された反論

英国のG.ブール派の高名な論理学者J.ヴェンによる短評は、「フレーゲの図式はブールのそれとは比較すべくもない代物で、ブールへの参照もないところをみると、ブールも英国でのその改良も知らないのであろう」(1880)といった、素っ気ないものであった。

唯一詳細な、しかし手厳しいのは、「ブール・シュレーダー代数」を集大成した、当時ドイツで最も高名な論理学者シュレーダーの書評(1880)であった。彼は、ブールの無視を非難し、ブールの式言語の方があらゆる点で好ましい、と評価した。現代論理学の革命への狼煙と論理主義的数学基礎論への黎明を告げる自らの著述への、学界のこうした反響は、フレーゲを大いに失望させた。

そこでフレーゲが、自らの概念記法の優位性を、徹底的かつ説得的に論じた大部の二論考(1880/81)は、三つの数学および哲学の学会誌から掲載を拒否される。長大すぎる上、数学誌からは哲学的すぎる、哲学誌から

は数学的すぎると見なされた。これら二つの論文は実に90年後1969年『遺稿集』において初めて公刊される。短い解説（1882）も拒否される。後年の名著『算術の基本法則』[GGA]（1893）序言でのフレーゲの述懐「数学者はこれは形而上学だ、だれも読まない！ と叫び、哲学者はこれは数学だ、だれも読まない！ と叫ぶ」という運命の予告のようであった。

§7. 基数論にむけて

しかし以上の「概念記法－算術」は、フレーゲが構想する「論理主義」算術の完全な実現を意味しない。「系列の一般理論」は、未だ1や個々の数の規定も、基数とは何かについての規定も与えていない。フレーゲにとって「概念記法－算術」は、やがて数年後に『算術の基礎』[GLA]（1884）で、「基数とは何か」という問いに正面から答える「フレーゲ算術」への途上にある、中間的過渡的な段階での体系である。「基数・個数 cardinal number」とは何か、個々の基数の再認条件は何か、さらには実数とは何かを確定すべく、フレーゲはさらなる探究に向かったのである。

B. 個数を数える——基数論

§1. 『算術の基礎』[GLA]（1884）の構想とその背景

彼の第二作『算術の基礎』は、現代の「数学の哲学」、特に「基数論」において、いわゆる「論理主義」という立場を鮮明に打ち出した記念碑的作品である。「論理主義」は、算術ならびに解析学を論理学のみから導出しようという大胆な試みであるが、フレーゲのこの書物は、この構想の骨子を記号使用なしに非形式的な仕方で、しかも明晰流麗な文体で綴られた、見事な哲学的散文である。⁶⁾

その主要な狙いが、数学の哲学にあることはもちろんであるが、同時に

6) ギーチは、『算術の基礎』を、プラトンの対話編、デカルトの『方法序説』と並んで、哲学の散文の傑作と称している。またウイトゲンシュタインは、生涯このフレーゲのように書きたいと漏らしていたという（Geach [1961]）。

算術・幾何学・論理学・経験科学等諸学の連関、その認識源泉やその真理性の正当化を巡って、透徹した認識論的考察がなされ、また概念・関係、幾何学的対象や数などの抽象的存在を巡る存在論的考察が同時並行的に進行している。しかもそうした諸対象およびその諸連関が、「記号」や「語」、「命題」や「式」といった広義の「言語表現」の表す「内容」として捉えられており、従って、全探究が常に「意味論的ないし言語哲学的」考察と密接不離な仕方で行われている。『基礎』の方法的格率「語の意味は、孤立してではなく、文という脈絡において問わなければならない」との、いわゆる「文脈原理 *context principle*」に、ダメットが、現代哲学の「言語への転回」の先駆を認める由縁である (Dummett [1993])。

以下、話の筋道だけ粗描しておこう。「論理主義」は、算術・解析学を論理学に還元しようとする試みであるが、第一に、19世紀の数学の革命期に、幾何学と解析学との認識論的性格に関する数学者・哲学者間の論争において、「論理主義」は際立って明確な立場の表明であり、しかも、その立場の確立には「概念記法」という形式言語による論理学自体の構築が不可欠なのであった。第二に、フレーゲが一方で幾何学から算術・解析学を峻別しつつ、他方「基数」という抽象の対象の導入に当たって、自ら通曉していた新興の射影幾何学における、「同値関係」を介しての「無限遠点」「虚点」といったイデアールな新対象導入のアイデアを、「一対一対応」に訴える形で算術に持ち込み、今日のいわゆる「論理的抽象理論」の明確な先駆となった。しかし、第三にある循環に巻き込まれ、「概念の外延」に訴える集合論的戦略に転換を余儀なくされるのである。⁷⁾

§2. 『算術の基礎』 [GLA] の狙い

しかしながら、『算術の基礎』の出現 (1884) までになお5年以上が経

7) 同僚の神学者ピュンヤーとの「存在概念」を巡っての論争的対話もこの時期になされている (『著作集2』)。

過する。1882年8月29日にフレーゲはC.マーティ（むしろシュトゥンプか）宛書簡でこう記している。「私は現在一冊の書物をほとんど完成しました。その書物において私は基数の概念を扱い、次のことを実証しました。すなわち、これまで証明不可能な公理と見なされがちであった、数の数え上げに関する諸命題が、論理的法則のみを介して定義から証明されること、従ってそれはカント的な意味合いで分析的判断であると考えべきだ、ということです。」（[WB] 163）恐らくはこのフレーゲの書簡への応答として、境界領域でのフレーゲの仕事を評価していたシュトゥンプ⁸⁾は、しかし次のように助言している。「お仕事の一連の思考を先ずは通常の仕方です〔記号なしで非形式的に〕説明し、それと切り離して、別の機会に、ないしは同じ書物中でも、概念記法で〔記号を用いて形式的に〕説明するほうが目的に適っており、その両方の内容を受け容れるのに好都合に違いないと思います。」（[WB] 257）恐らくフレーゲはシュトゥンプのこの示唆に従い、『算術の基礎』においては、概念記法に訴えることを一切放棄したのであろう。9年後『算術の基本法則』（1893）においてフレーゲは、一層強力に展開された概念記法の使用により、算術命題の隙間のない導出を実行する。

だが概念記法の使用の断念は、フレーゲを困難な立場に置いた。概念記法を使用しない算術命題の分析性の論証概略は、「確からしさ」以上の域を出ないからである。しかも『基礎』での説明も、同時代の人々の受容を促進はしなかった。けれども記号使用なしの説明は、今日まで、数学の哲学におけるフレーゲの根本思想を、哲学に関心をもつ読者に近づきやすいものにし、『概念記法』や『基本法則』に付き纏うひとを脅かすような雰囲気を払拭するのに、非常に、否、恐らくは決定的に役立ったのである。

『基礎』の最初の頁ではっきり述べられているが、この著作における考

8) プレンターノの弟子、ロツェの許で教授資格を取得。後にフッサールはシュトゥンプの許で教授資格を取得。

察には二重の課題がある。第一は数学的な課題で、数学をより厳密に基礎づけようという同時代の努力を一層促進すること、つまり、数学的概念を一層厳格に分析し、解析学の算術への還元（「算術化」）を更に推し進め、算術的諸命題を、その概念や命題の分析を介して、少数の見渡し可能な論理的公理に還元すること、である。一方、第二は哲学的な課題で、算術的真理がアприオリかアポステリオリか、総合的か分析的かという問いに、基数概念の一層単純な概念による定義が可能か否かの決定によって、答えるものである。

「分析的」「総合的」の対と「アприオリ」「アポステリオリ」の対の対比は、先述のカントの区別と関連するが、しかしフレーゲの区別は判断の内容ではなく（従って認識の拡張とは無関係）、専ら判断の「正当化」に関わる。すなわち、ある証明可能な命題が、それ自体は証明不可能な、どの基礎的真理に遡及しうるかである。ある判断の真理性が、一般的論理法則と定義のみに依拠すれば「分析的」、さもなければ「総合的」である。他方、ある判断の真理性の証明が、一般法則のみに依存すれば「アприオリ」、特殊な事実に依存すれば「アポステリオリ」と称される（〔GLA〕3節）。

次いで、「基数／個数」論は、「数える^{かぞ}」、例えば「出席者Fは幾人か（How many F?）」に答えるとはどういうことか、に関わる。その際フレーゲは、アフィン幾何学での図形の「形」や、通暁していた射影幾何学における「方位」（「無限遠点」といった虚の構成体）の同定に用いられる方策を、数の同定に持ち込むのである。すなわち、

(G) 図形A,Bの形 $G(A),G(B)$ が同一であるための必要十分条件は、A,Bの相似性である。

i.e. $G(A)=G(B) \leftrightarrow A$ と B が相似であること。

(R) 二つの直線 l_1, l_2 の方位が同一であるための必要十分条件は、 l_2, l_1 の〔射影的〕平行性//である。

i.e. $R(l_1)=R(l_2) \leftrightarrow l_1$ と l_2 とが〔射影的に〕平行であること。

また (G) 例えば、「出席者の数 = 指定席の数」(同数性) のための必要十分条件をフレーゲは、「出席者」という概念 F と「指定席」という概念 G の「一対一対応 1-COR」に求めるのである。そして「一対一対応関係」は容易に論理的に定義できる。

この (G) に立って、「基数の抽象原理 (HP)」が以下のように与えられる。

(HP) 概念 F, G の各個数 $N(F)$ [The number of F] と $N(G)$ [The number of G] が同一なのは、F, G が一対一対応するときである。

i.e. $N(F)=N(G) \leftrightarrow 1-COR(F,G)$

さらにフレーゲは、0 を〈自分自身と同一でない ($\xi \neq \xi$)〉という概念に付属する基数 [The number of ($\xi \neq \xi$)] と定義する [i.e. $0 =_{\text{def}} N(\xi \neq \xi)$]。

こうして展開された、「フレーゲ算術」は、1980年代になって、ペアノ算術が無矛盾なら、それと相対的に無矛盾であることが証明された。

§3. 主著『算術の基本法則』[GGA] (1893)、ラッセル・パラドクス (1902) と往復書簡

やがてフレーゲは、その主著『算術の基本法則』[GGA] (1893) では、高階述語論理の厳格な公理体系化に基づき、以下の第 V 公理という、「クラス抽象原理」から、正負の整数、無理数、実数論を展開しうる、今日の素朴集合論を含む、より強力な公理体系を提示した。

(V) F のクラス [$\alpha F\alpha$] と G のクラス [$\epsilon G\epsilon$] の同一性条件は、F と G の同値性である：

$[\alpha F\alpha = \epsilon G\epsilon \leftrightarrow \forall x [Fx \leftrightarrow Gx]]$

だが1902年前後に、上記の公理 (V) から導かれる包括公理 (CA) から、ラッセルやツェルメロによってパラドクスが発見された。

(CA)「どの x も φx ならば、そのときにかぎり φx を満足するもののクラス α が存在する」 $[\exists \alpha \forall x [\varphi x \leftrightarrow x \in \alpha]]$ 中の φx に「自分自身を要素にしない $x \notin x$ 」を代入すると、「自身を要素としないクラスは、自身を要素とする ($\alpha \notin \alpha \leftrightarrow \alpha \in \alpha$) ことになる」。

ラッセルとの往復書簡：二人の往復書簡中残存しているのは21通である。二人の往復書簡はラッセルのパラドクス発見の報知 (1902) という劇的な形で始まって、フレーゲによる必死の対応策の模索と、同時にまたラッセル自身のいくつかの克服策の提案およびフレーゲによるその批判的検討と拒否という緊迫したやり取りが、ドーヴァー海峡を越えて大変な密度で取り交わされている。終始互いに敬意を払い、友好的な雰囲気の中に、実に率直で歯に衣着せぬやり取りは、学問的なダイアローグの見事な模範を示している。この往復書簡において、基数、クラスや値域、概念の外延といった問題概念の徹底的な検討、関数と対象の区別の確認、意義と意味の区別、とりわけ命題の意味と意義とは何かをめぐる両者の最後まで互いに譲らない手に汗握る論争が展開されており、深い感動を誘うものである。のみならず、この論争に含まれる数々の豊かな着想は、その後今日までの数学の哲学ならびに哲学的な意味論の展開にとり、極めて深い示唆を与えるものである ([WB]; 『著作集6』)。

§4. その後の基礎論・メタ数学

こうしてフレーゲ自身はその克服に完全には成功せず、またラッセルらの是正策も諸種の難点を含み、「論理主義」の試みは破綻したとされる。しかし数学の基礎をめぐるこのパラドクスは、20世紀初頭から、数学に「基礎論研究 foundation studies」という新しい分野を誕生させ (ラッセルらのタイプ理論つき論理主義、ツェルメロ・フレンケルの公理的集合論、ブラウワーの直観主義、ヒルベルトの形式主義等々) 活発な研究が現在も

続行中である（岡本・金子 [2007]；黒川 [2014]；佐野 [2016]）。

そして1920-30年代に、より一般的包括的に、論理体系や数学理論自身を研究対象にするメタ数学 *metamathematics*、メタ論理学 *metallogic* という新しい分野が誕生する。論理体系の無矛盾性、健全性〔証明可能なら真〕、完全性〔真なら証明可能〕、証明可能性（ヒルベルトらの証明論）、真偽の決定可能性、不完全性（ゲーデル）〔ある形式的体系内で真偽の決定不能な算術命題が存在〕、真理定義や意味論（タルスキの意味論・モデル理論）が提起される。⁹⁾

のみならず、先述のようにフレーゲの記号論理は、実は今日の情報数学・コンピュータ科学の基礎、つまり、有限時間内の有限回の操作で計算可能性 *computability* とはどういうことか、そのプログラム言語はどうあるべきかへの探求に導き、幾多の天才の介在を経て、現在のコンピュータ社会・情報社会を間接的に用意する（佐藤雅彦 [2016]）。

C. 言語哲学へ——意味論の原型

§1. 文脈原理と合成原理

論理的・数学的言語を深く探究する過程でフレーゲは、より一般的に「言葉が何かを意味する」とはどういうことかという、「意味論 *semantics*」の原型を与えた。意味内容・情報内容の単位は文だと考え、先述の「単語の意味は文という脈絡において問うべし」との「文脈原理 *context principle*」を提唱している。『算術の基礎』GLAでの、図形の「形」、直線の「方位」、そしてある概念（例えば「出席者」）の「個数／基数」の意味は、先述の (G)、(R)、(HP) に見られるように、その各左辺中の「再認命題」が各右辺のような「図形の相似関係」「直線の平行関係」「概念の一

9) 20世紀のロジックの展開については、田中一之編 [2006-2007]；佐野編・著 [2016] 参照。フレーゲを挟んでデデキント、ヒルベルト数学基礎論、ゲーデルのメタ数学、タルスキのモデル論への展開のテキストに即した筆者の追跡は、近刊予定。一部の梗概は野本 [2016]。

対一の対応関係」を表す文の脈絡において確定され、同定されるのである。

文が表示する意味 *Bedeutung* は、真か偽かのいずれかだという、真偽二値の原理を前提すると、否定詞「でない」の意味も、「(真な文) でない = 偽な文」「(偽な文) でない = 真な文」によって、確定される。さらに、例えば、矛盾律「(pかつpでない) ことはない」のような複合的命題の真理性は、「pが真であっても、偽であっても常に真となる」というように、pの真偽如何にかかわらず、合成的 *compositional* に確定できる。

だがフレーゲは、真偽という意味の表示以外に、文はその意義 *Sinn*、すなわち、当の文がどのような条件の下で真になるかという真理条件 *truth condition* を表現する、という ([GGA])。

さらにフレーゲは、潜在無限の言語の「習得可能性、創造性」が、有限な言語的資源すなわち「有限な語彙とその組み合わせ規則」の繰り返しの使用、再帰的な *recursive* 合成（「合成原理 *composition principle*」）にあることを、すでに19世紀末に明言していた。

「言語が成し遂げることは驚嘆に値する。言語はわずかの音声とその組み合わせによって、見渡し不可能な莫大な数の思想を、しかもこれまで誰によっても把握されたことも、表現されたこともなかったような思想を表現することができるのである。」 ([NS] 243；『著作集5』 p.253；野本 [2012] p.367) それは、文法的・統語論的には1950年代末のチョムスキーによる「生成文法」にも繋がる。

§2. 意味 *Bedeutung, meaning* と意義 *Sinn, sense*、間接話法、知・信

さらにフレーゲは、標準的論理の範囲を超えて、間接話法や「考える」「信じる」「知る」等の「命題的態度 *propositional attitudes*」に関わる文脈を取り上げている。フレーゲは、間接話法や命題的態度の文脈内部に現れる従属節（下線部）やその節中の表現についても、「文脈原理」に従い続けており、従属節の適切な意味を探索しようと試みる。

- (1) トムは、明けの明星が明けの明星だ、と信じている。
 (2) トムは、明けの明星が宵の明星だ、とは信じない。

この場合、文脈原理 [CP] は、ライプニッツ流の「真理保存的 *salva veritate* 置換原理」([SV] と略記) という形式で、命題的態度の文脈全体において具現されている。だが、もし従属節の意味を通常の意味、つまり、真理値と解するなら、上記 (1) (2) の従属節は同じ真理値=真をもち、その場合 [SV] は不成立となってしまう。

同様の対比は、従属節が、「L. Carroll=L. Carroll」と「L. Carroll=C. L. Dodgson」とのペア、「 $3^2=3^2$ 」と「 $3^2=2^3+1$ 」とのペアにも起こる。片方は自明でも、他方はそうではない。

こうした対の認識上の相違（調査の要／不要、科学研究での実証や数学的証明の要／不要）を意味論的にどう説明するのかを巡って、フレーゲは、各表現の意味（=表示対象 *reference* [金星という天体/数9/特定人物]）とその意義（*Sinn* [金星を〈宵の明星として〉あるいは〈明けの明星として〉、数9を〈 3^2 として〉あるいは〈 2^3+1 として〉、また同一人物を〈『不思議の国のアリス』の作者として〉あるいは〈論理学者として〉表示する様態 *die Art des Gegebenseins des Bezeichneten, modes of presentation*）の区別を導入した。

そこで標準論理のように、「文の真偽（真理値）がその意味 *Bedeutung* だという想定は、さらなる吟味を要する…全文ないしその部分が直接引用文ないしは間接引用文である場合には、例外が予想される。こうした場合には…語句は通常の意味を持たないからである」([SB]：『著作集4』；野本改訳、松阪編 [2013] 所収；野本 [1986])。

直接引用においては、ある文は他の（引用された）文を意味し、また間接話法では（引用された文が表現する）思想 *Gedanke* を意味するからである」([SB] 36)。「間接話法の場合を含む〔英語なら 'that'、日本語なら「ということ」によって導入される〕抽象的名詞節の場合には、語句

はその間接的意味をもつ。」そしてフレーゲは、こうした間接話法での全文の「真理の保存 *salva veritate*」のために、何を置換しうるかを探索する。そして彼は、従属節と置換可能なのは、当の従属節の意義・思想であると気づき、[SV] に従って、その当の従属節の意義・思想を、その間接的意味と同一視した。文脈原理のこうした方法論的戦略の適用によって、フレーゲは信念文脈中の従属節の「間接的」意味を、通常の意味=真理値ではなくて、当の従属節の意義 *Sinn* と同一視したのである ([SB] 37; 野本 [1986])。

こうしたフレーゲの論理的意味論は、A. チャーチ (プリンストン/UCLA) の「意味と表示の論理」や、カルナップ (イエーナ、プラハ、ウィーン/UCLA)、タルスキ (ワルシャワ/UCバークレー校) らのモデル論を介して、特に1970年代以降、アメリカにおいて日常言語の意味論についても、モンタギュー文法 (UCLA) はじめ、可能世界意味論などの内包論理 (様相論理や知・信の論理) (ヒンティカ (ヘルシンキ)、クリプキ (プリンストン/NYU)、カプラン (UCLA) 等々) の意味論展開の原点となり、またタルスキの真理論を介して、デイヴィッドソン (プリンストン/UCバークレー校) の真理条件的意味理論にも影響を与える。同時にドネラン (UCLA)、クリプキ、カプラン、パトナム (ハーヴァード) らの反フレーゲ的な意味論展開への強力な反面教師の役割を果たし、オックスフォードの親フレーゲ的な M. ダメット、G. エヴァンズたちとの厳しい論争を喚起した (Kripke [1972]; 野本 [1986] [1988] [1997] [2012]; 飯田 [1987-2002]; 松阪 [2013])。

§3. 指示詞、指標詞 *indexicals* と広義の脈絡依存性

これまで、単語や文の意味を確定するためには、その単語が登場する「文脈 *Satzzusammenhang*」を考慮すればよかった。しかし現在時制、指示詞「あれ」や指標詞「私」「いま」「ここ」「きょう」等の、さらには「アリストテレス」のような本来的固有名詞の、意味ばかりでなく、意義も

また確定しようとするなら、またさらに文脈依存的表現がそのうちに現れる文の思想をも確定しようとするならば、われわれは文の脈絡を超えて、こうした表現の発話ないし使用の脈絡 *context of utterance or use* という広義の脈絡を、考慮にいれなければならない。

しかしながら、フレーゲによれば、使用の脈絡についての知見に訴えることなしには、われわれは話し手によって使用されている指示詞、指標詞、実際の固有名の意義 *Sinn* を確定し得ないし、それゆえそうした脈絡を無視すると、当の話し手によって使用された、その指示詞、指標詞、実際の固有名の意味 *Bedeutung* もまた固定できない。こうした現象は、広義の脈絡依存性 *context-dependency* に関係し、従って、意味の確定に関わる上記の文脈原理とも関連するといつてよい。

これはある意味で尤もな見解であろう（Husserlの偶因的 *okkasional* 表現論、野本 [2012]）。例えば、私が海辺に偶々漂着していたガラスの小瓶を拾い、その中の一片の紙片にこう記されてあったとしても、手の打ちようがないであろう。

“I am actually here now. Please help me!”

ここでは単に、フレーゲがこうした脈絡依存性に気づき、そうした発話の脈絡と相対的に、こうした表現の意義ないし思想の同一性規準をどのように探究すべきかについて、ある興味深い、しかし問題的な示唆を与えていたということ、を確認できるだけである（詳しくは、野本 [1986] [1988] [2012]）。

フレーゲによれば、「時間指定が現在時制で伝えられる場合には、その思想を正しく把握するためには、ひとはその文がいつ発話されたかを知らなければならない。それゆえ、発話の時も当の思想の表現の部分である。…「ここ」や「いま」のような語に関しても同様である。こうした場合にはすべて、単に語だけでは思想の完全な表現ではない。発話に随伴する一

定の情況についての知見が思想の表現手段として、当の思想をわれわれが正しく把握するのに必要なのである。指差し、手振り、目配せもそれに属するといってよい。「私」という語を含む同じ発話が、異なる人物の口の端にのぼると、そのあるものは真かも知れないが、他は偽かもしれないような異なる思想を表現するだろう」 ([G] 64; 『著作集4』)。

これらの所見に基づいて、もしわれわれが、発話に随伴する一定の情況についての知見を伝える、一定の表現を括弧で括って補足するならば、文脈依存的表現を含む命題的態度の差異が不合理ではないと、了解しうるかもしれない。

(\\$1) トムは、あれ [明けの明星を指さす] はあれ [明けの明星を指さす] だと信じるが、トムはあれ [明けの明星を指さす] はあれ [宵の明星を指さす] とは信じない。

麻酔から醒め切っていないサムは、

(\\$2) 「[鏡に映っているサムを見て] 彼が負傷している」と信じるが、「私 [サム自身] が負傷している」とは信じない (野本 [1986] [1988] [1997])。

ところでフレーゲは人称代名詞「私」について、特異で誤解を招きうる、次のような所見を述べている。「さて各人は、自分自身に対して、彼が他の誰にも与えられないような、ある特別で元来の *ursprünglich* 仕方で (つまり、一人称単数の、自称的に) 与えられる。いま、ラウベン博士が、彼 *er* は負傷している、と考えるならば、彼はその場合、彼が自分に対して与えられるこの元来の (一人称での) 仕方を、基礎においているであろう。そしてそのように特定された思想は、ラウベン博士自身しか把握しえないのである。さてしかし、彼は他のひとびとと意思疎通したいと思うかもしれない。ただ彼のみが把握しうる思想を、彼は伝達することがで

きない。従って、彼が「私は負傷している」と言うとき、彼はその「私」を他の人びとにも把握可能な意義において、例えば、「この瞬間に君たちに話しかけている者」という意義で、用いなければならない。その場合彼は、彼の発話に随伴している諸状況を、思想表現に役立てているのである」([G] 66)。

上述のフレーゲの見解は、「私」を含む文の発話の伝達不可能な思想を示唆しており、フレーゲ自身の、意義や思想についての、次のような、根本的な考えと矛盾するように見える。「…記号の意義は、多くの人々の公共財でありうる…」([SB] 29)「思想ということで、私が念頭においてるのは、思考するという主観的営為ではなく、多数の人の共有財でありうるような、客観的内容のことなのである」([SB] 32, fn.)。

だが、指標詞「いま」「私」は、使用場面を離れては客観的にその時刻・人物を特定できなくても、その各々が使用された「元来の」脈絡においては、使用された時、使用人物を紛れもなく表示していよう。こうした脈絡依存性に関わる指標詞や指示詞の言語的意味は、例えば、日本語に通曉した話し手には、明白に理解されよう。だがしかし、その「言語的意味」は、フレーゲが上記の考察で述べていた「意義」とは異なるものであろう。この言語的意味とフレーゲ的意義の差異とに関連する考察は、やがて1970年代に特にD. カプラン等によって展開されることになる (Kaplan [1989]; 野本 [1988] [2012])。

§4. 本来の、ないし実際の固有名論

同様に、「固有名¹の意義は、その固有名が属する言語もしくは表記法の全体を十分熟知しているどの人によっても把握される…」としながら、フレーゲは、ある脚注でこう述べる。「[「アリストテレス」]のような本来的固有名¹の場合には、その意義¹についての見解が分かれるということは、当然ありうる。例えば、その固有名¹の意義を〈プラトンの弟子で、アレクサンダー大王の教師である〉というように解することもありうるであろう。こ

う解する人は、「アリストテレスはスタゲイラで生まれた」という文に対して、この名前の意義を〈スタゲイラ生まれで、アレクサンダー大王の教師〉と解している人とは、異なった意義を結び付けていることになろう」〔SB〕 27, fn.)。

だが、もしそうだとすると、固有名というものは、公共言語に属してはいないのだろうか？ 固有名「アリストテレス」の意味=表示対象が同じでも、この名前に結びつけられた意義は各人各様の個人方言 *idiolect* に関わるのであろうか？

例えば、Humpty-Dumpty が、‘honour’ という語に、‘knockdown argument’ を意味させたように (L. Carroll, *Through the Looking-Glass*)。

但し、個人方言は、原理的に意思疎通不可能な「私语的言語 *private language*」(「私のこの歯痛！！」) ではない。お互いの意思疎通が原理的に不可能なのではなく、説明されれば、アリスもハンプティ・ダンプティの言わんとすることは理解できるからである。ただ言葉と意味ないし意義の結び付きが、公共的・社会的ではなくて、個人的なのである。しかしこうした個人方言という考えには、パトナムが言うような、ことばと指示対象を何か神秘的な「ノエシス光線」が結び付けているといった「指示の魔術説」に通じる重大な難点を含むであろう (Putnam [1981])。以上のような意義論を含むフレーゲ的な意味論は、1970年代に様相論理の可能世界意味論と連関して、アメリカにおいて、クリプキ、カプランその他による厳しい批判と、代替の意味論 (固定指示論、直接指示論) が提案され、世界中で論争が喚起されてきた (野本 [1988])。

§5. 虚構と意義

フレーゲは、文の意義を「思想 *Gedanke, thought*」と呼び、思想は当の文がどのような条件のもとで真となるかを表現していると考え、後のタルスキやデイヴィドソンらの「真理条件的意味論 *truth conditional theory of meaning*」の先駆となる。

だが、『オデュッセイア』のような物語や文学作品については、事実との対応といった意味合いではその真偽が言えないのではないかとすると、こうした物語は、何らの意義・思想も表現していないのだろうか。だがしかし「オデュッセウスは、深く眠ったままイタカの砂浜に降ろされた」という文は、明らかに意義をもつ、とフレーゲも認める（[SB] 32）。「オデュッセウス」という名前は何も表示せず、いかなる意味ももたないということが考えられる。そう想定しても、そうだからといってオデュッセウスという名前がそのうちに現れるオデュッセイア物語の必ずしもすべての文章から、いかなる思想内容をも奪ってしまうことにはならないであろう」（[EL] 208；『著作集4』）。

「われわれが思想にとどまっていたければ、意義をもって満足することができよう。意義、従って思想だけが問題であるのなら、文の構成要素の意味に心を煩わせる必要はない。文の意義に関しては、文の構成要素の意味ではなくて、ただ意義のみが考察されうるからである。名前「オデュッセウス」が意味をもつか否かに関わらず、その思想は同一のままである。…それゆえ、ホメロスの韻文を芸術作品として理解している限りは、例えば「オデュッセウス」という名前が意味をもつか否かはわれわれにとってどうでもよいことでさえある」（[SB] 33；『著作集4』；野本訳、松阪編[2013] 所収）。

しかしこの文言とは、思想は真偽いずれかであって、従ってその思想を表現する文中の名前は表示対象をもたねばならないと認めていたこととは明らかに矛盾する。しかし上の引用の前後でフレーゲは、「なぜ思想だけで満足しないのか。それはわれわれにとって思想の真理値が問題になるからであり、かつその限りにおいてである。…真理を問うとすれば、われわれは芸術の享受を去って学問的考察に向うことになるだろう」（*loc. cit.*）と述べ、次のような興味深い脚注を付加している。「意義だけしかもたないような記号には特別の表現を与えることが望ましかろう。例えば、そうした記号を像 *Bild*, *picture* と名付けると、舞台上の役者の言葉は像だというこ

とになろうし、役者自身も一つの像だということになるだろう。」(*loc.cit.*, fn.)

やがてフレーゲは、遺稿「論理学」[L [II]] (1897) では、論理学等の学問と虚構 *Dichtung, fiction* を峻別し、先の不整合を回避しようとする。その構成部分の固有名が表示対象をもち、真偽いずれかであるような主張文によって表現される意義は「本来的思想」と称され、「何かを名指す目的を達しえない名前」、例えば「ナウシカー」のような架空名を「見かけ上の名前 *Scheinname, mock name*」と称して、そうした名前が現れる文の意義は「虚構」であり、虚構中では主張もまた「見かけ上の主張」にすぎないし、その思想も「見かけ上の思想」なのだと言う ([L [II]] 141-2; 『著作集4])。

かくしてフレーゲは、伝説や文芸作品の有意義性 *sinnvoll* を、「虚構」「見かけ上の思想」「遊戯・ゲーム *Spiel*」(*loc. cit.*) として容認し、他方論理学や科学的研究は、真偽いずれかの「本来的思想」のみに関わると見なすのである。だがしかし、例えば「燃素フロギストン」「エーテル」のように、かつては真正の名前のように扱われて、科学研究が行われてきた事態（真理値の間隙 *truth-value gap*）にどう対処するのか（野本 [1986]）。

§6. 発話の力から行為遂行へ

一方、フレーゲは1890年代に、平叙文、命令文等の発話によって、我々は相手に主張・命令・依頼等の「力 *Kraft, force*」を行使することに気づいた。例えば、「判断」とは、ある文の内容／意義（思想）を把握・表現し、かつその真理性を承認する *Fürwahrhalten, holding true* こと、主張 *Behauptung, assestion* はその判断を表明する *kundgeben* ことで、「推論」とは、こうしたいくつかの判断（前提）から別の判断（結論）を導くことである。

1950年代の英国でフレーゲの言語哲学の復興と、さらなる展開が始まる。後期ウイトゲンシュタインの多様な「言語ゲーム」論や（アヒル・

ウサギの騙し絵)「アスペクト」論、同時期のオースティンらのオックスフォード日常言語学派である。

オースティンは「行為としての言語」に注目する。例えば、冷房中のオフィスの窓が開いているのに気付いて、部長が新入社員に「窓が開いている」と発話したとする。この発話で部長は、ある行為を遂行している。しかもその発話で、意味・意義を表現する(発語行為 locutionary act)のみならず、同時に主張・命令・依頼等の別の行為(発語内行為 illocutionary act)を遂行している。部長は、直説法 indicative mood で発話しているが、単に「主張」といった「事実確認的発言」をしているとは限らず、さらに「命令」・「依頼」等の「行為遂行的な performative 発言」をしているのである(法 mood と力 force の区別)。そして主張が専ら真偽に関わるのに対し、行為遂行的な発言の場合には、真偽というより、例えば、逆に新入社員が部長に上記の発言をする場合のように、「適切 felicity / 不適切性」が問われる等々、(オックスフォードから UC バークレー校に移ったグライス、サール等を中心に)「発語行為 speech act」論が組織的に展開される(Austin [1962]; Searle [1969]; 野本・山田編 [2002] 参照)。

§7. 色彩・陰影

さらにフレーゲは、これら意味(表示対象)、意義(対象の与えられ方)および主観的なイメージの関係を、「望遠鏡の比喩」(観察対象-対物レンズ上の実像-各観察者の網膜像)を使って区別する。またフレーゲは、表現の陰影 *Beleuchtung*・色彩 *Färbung, color* ('and' と 'but', 'although', 'nevertheless' の差異)からも区別する。色彩は表象のように、単に主観的ではなく、さらに「ニグロ」と「アフリカン」のように、毀誉褒貶という社会的評価にも関わり、「あなた」「きみ」「おまえ」「貴様」「貴殿」「閣下」「そこもと」といった差異にまで拡張できよう。例えば、「バラク大統領はアフリカンだ」というある発言から、「バラクはニグロだ」という(結論)を引き出して報道することには、違和感がある。単に前提・結論

の真偽のみならず、何らかの価値評価・毀誉褒貶・差別に関わる色彩に相違が認められるからである。

§8. 宗教・倫理と哲学・論理学の研究との緊張——若干の実例

論理・数学・科学に関する哲学研究者が宗教に対してどのような態度を採ったか、興味深いのが、実は区々様々であるように見える。

フレーゲはその宗教的見解を公にすることはなかったが、最晩年の1924年3月10日から5月9日までの日記が没後発見され、また右翼的で反ユダヤ的な政治的見解やヒットラーへの微妙な態度と併せて、いろいろの憶測をよんだ（やや詳しくは、野本 [2003] pp.235-254）。フレーゲは、父母の膝下でその宗教的情操を深く培われたと思われるが、イエーナでも日曜日によく教会に出かける姿が見かけられたという。しかし同時に、当時の硬直したルター派教会刷新の必要性を記し、「イエスの生涯は、ドイツ人による研究成果を踏まえて、完全にありのままに、語らねばならない。…イエスの時代の情勢ならびに、ユダヤ人たちの手で行われたイエスの宗教上の尽力を、ありありと描くことが必要であろうし、そのためには、これら情勢と尽力の変化進展を、ペルシャの宗教やギリシャ人（マカベアの一族）からの影響を考え合わせて、辿らねばならない。…」(1924.5.8-9)と書き残している。

19世紀ドイツでのシュトラウスやルナンの『イエス伝』、またゲッティンゲンがその牙城であったリッachelを中心とする宗教史学派、やがてA. シュヴァイツァーによる史的イエス問題が、さらに後には様々な史料批判や様式分析がデイヴェリウスやブルトマンらによって進められつつあることを、あるいは神学部の同僚（例えばピュンヤー）から耳にすることがあったかも知れない。

フレーゲらの「論理主義」を批判的に継承しながら、ラッセルは祖母のピューリタニズムに深く影響されつつも、やがて「嘘を信じるくらいなら世界が減んだ方がまし」(Russell [1916]) と、情熱的な無神論的

ヒューマニズムに改宗し、自由主義に立って、左右を問わず反独裁政治・社会・教育の反抑圧的改造・原水爆禁止の平和運動等に邁進した（野本 [1975]）。フレーゲのイエーナでの弟子カルナップもラッセルに近い路線にいる。

ここでは、大方私が実際に交流したことのある、いくつかの顕著な実例を列挙することしかできない。アメリカ・ハーヴァードのクワイン（そして多くはこの分類に入る）は、筋金入りの保守的自然主義者、一方ユダヤ系の同僚パトナムは、ベトナム反戦・大学闘争では学生側にたち、クワインの学生で様相論理・真理論の旗手クリプキは安息日を厳守する篤実なユダヤ教徒、カルナップ晩年のユダヤ系の愛弟子で、やはり内包論理・指示詞の意味論で未踏の分野を切り開いたカプランも、UCLAの若い教師時代に起こった大学での「アンジェラ・デイヴィス」人種差別事件では敢然と戦い、長年昇進を停止された。オックスフォードのフレーゲ研究の泰斗ダメットは、篤実なカトリック教徒（アイリッシュ）で、人種差別運動にアン夫人と長期に互って戦闘的な論陣を張っていた。

文献 [略称] 表

- Frege, Gottlob [BS] *Begriffsschrift*, 1879, rep. Geiorg Olms, 1964. (『フレーゲ著作集1』)
- [GLA] *Die Grundlagen der Arithmetik*, 1884, rep. Felix Meiner, hrsg. von Ch.Thiel, 1986. (『著作集2』)
- [GGA] *Grundgesetze der Arithmetik*, Bd.I, 1893, Bd.II, 1903, rep. Georg Olms, 1966. (*Basic Laws of Arithmetic*, tr. by Ph. Ebert and M. Rossberg with C. Wright, Oxford U. P., 2013.) (『著作集3』)
- [FBB] *Funktion, Begriff, Bedeutung*, hrsg. von G. Patzig, Vandenhoeck, 1962. (『著作集4』)
- [KS] *Kleine Schriften*, hrsg. von I. Angelelli, Georg Olms, 1967. (『著作集4』 『著作集5』)
- [NS] *Nachgelassene Schriften*, hrsg. von H. Hermes, F. Kambartel et al., Felix Meiner, 1969. (『著作集4』 『著作集5』)
- [WB] *Wissenschaftlicher Briefwechsel*, hrsg. von G. Gabriel et al., Felix Meiner, 1976. (『著作集6』)
- [LU] *Logische Untersuchungen*, hrsg. von G. Patzig, Vandenhoeck, Göttingen, 1966. (『著作集4』)
- [SLSP] *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie*, hrsg. von Gabriel, Felix Meiner, 2001. (『著作集4』)
- [1999-2002] 『フレーゲ著作集』 野本和幸他編・共訳・解説, 全6巻, 勁草書房.
- [SB] ‘Über Sinn und Bedeutung’ 1892, rep. in [KS]. (『著作集4』: 野本改訳, 松阪編 [2013])
- [L [II]] ‘Logik’, 1897, in [NS]. (『著作集4』)
- [EL] ‘Einleitung in die Logik [August 1906],’ in [NS].

Anscombe, G. and Geach, P. [1961] *Three Philosophers: Aristotle, Aquinas,*

- Frege, Basil Blackwell. (『哲学の三人——アリストテレス・トマス・フレーゲ』野本和幸・藤沢郁夫訳, 勁草書房)
- Austin, J. L. [1962] *How to do things with Words*, Harvard U. P. (『行為と言語』坂本百大訳, 大修館)
- Boolos, G. [1998] *Logic, Logic and Logic*, Harvard U. P.
- Davidson, D. [1984] *Inquiries into Truth and Interpretation*, Oxford U. P. (『真理と解釈』野本和幸・植木哲也・金子洋之・高橋要訳, 勁草書房)
- Dedekind, R. [1888] *Was sind und was sollen die Zahlen?* Vieweg & Sohn, rep. in *Richard Dedekind Gesammelte mathematische Werke, 1930-1932*, Bd.3. (『数とは何かそして何であるべきか』淵野昌訳・解説, ちくま学芸文庫)
- Dummett, M. [1973] *Frege: Philosophy of Language*, Duckworth.
- [1991] *Frege: Philosophy of Mathematics*, Duckworth & Harvard U. P.
- [1993] *Origins of Analytic Philosophy*, Duckworth. (『分析哲学の起源』野本和幸・高橋要・岡本賢吾・長沼淳訳, 勁草書房)
- Kant, I. [1781] *Kritik der reinen Vernunft* [KrV]. (『純粹理性批判』宇都宮芳明他訳, 以文社; 熊野純彦訳, 作品社)
- [1783] *Prolegomena*. (『プロレゴメナ』土岐邦夫訳, 中公クラシックス)
- Kaplan, D. [1989] *Themes from Kaplan*, ed. by J. Almog et al., Oxford U. P.
- Kenny, A. [1982] *Wittgenstein*, Penguin Books. (『ウイトゲンユタイン』野本和幸訳, 法政大学出版局)
- [1995] *Frege*, Penguin Books. (『フレーゲの哲学』野本和幸・大辻正晴・三平正明・渡辺大地訳, 法政大出版局)
- Körner, S. [1953] *Kant*, Penguin Books. (『カント』野本和幸訳, みすず書房)

- Kripke, S. [1972] *Naming and Necessity*, Basil Blackwell. (『名指しと必然性』八木沢敬・野家啓一訳, 産業図書)
- Kuhn, Th. [1962] *The Structure of Scientific Revolution*, Univ. of Chicago Press. (『科学革命の構造』中山茂訳, みすず書房)
- [1977] *The Essential Tension*, Univ. of Chicago Press. (『本質的緊張』安孫子誠也・佐野正博訳, みすず書房)
- Poincaré, J-H. [1902] *La Science et l'Hypothèse*, Ernest Flammarion. (『科学と仮説』河野伊三郎訳, 岩波文庫)
- Putnam, H. [1981] *Reason, Truth and History*. (『理性・真理・歴史』野本和幸・中川大・三上勝生・金子洋之訳, 法政大出版局)
- Russell, B. [1916] *Principles of Social Reconstruction*, George Allen and Unwin.
- Searle, J. [1969] *Speech Acts*, Cambridge U. P. (『言語行為』坂本百大・土屋俊訳, 勁草書房)
- Stegmüller, W. [1975-1987] *Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie*, I-IV, Kröner. (『現代哲学の主潮流』中埜肇・竹尾治一郎監訳, 法政大学出版社)
- Wittgenstein, L. [1953] *Philosophische Untersuchungen*, Basil Blackwell. (『哲学探究』藤本隆志訳, 大修館)
- 飯田隆 [1987-2002] 『言語哲学大全』I-IV, 勁草書房.
- 岡本賢吾・金子洋之編訳 [2007] 『フレーゲ哲学の最前線』勁草書房.
- 大西健夫 [2016] 『ドイツの大学と大学都市——月沈原^{げつちんげん}の精神史』知泉書館.
- 黒川英徳 [2014] 「書評『野本和幸著 フレーゲ哲学の全貌 勁草書房 2012年』」『科学基礎論研究』42-1, pp.39-54.
- 佐藤雅彦 [2016] 「書評論文：フレーゲ哲学の現代的意義——野本和幸著「フレーゲ哲学の全貌」を読む——」『科学哲学』49-1, pp.67-84.

- 佐野勝彦編 [2016] 『数学における証明と真理』 共立出版.
- 田中一之編 [2006-2007] 『ゲーデルと20世紀の論理学』 1-4, 東京大学出版会.
- 松阪陽一編・共訳 [2013] 『言語哲学重要論文集』 春秋社.
- 野本和幸 [1975] 「バートランド・ラッセルの倫理思想」『西洋精神の源流と展開——神田盾夫博士喜寿祝賀論文集』 ペディラヴィウム会, pp.177-207.
- [1986] 『フレーゲの言語哲学』 勁草書房.
- [1988] 『現代の論理的意味論——フレーゲからクリプキまで』 岩波書店.
- [1997] 『意味と世界』 法政大学出版局.
- [2003] 『フレーゲ入門——生涯と哲学の生成』 勁草書房.
- [2012] 『フレーゲ哲学の全貌——論理主義と意味論の原型』 勁草書房.
- [2015] 「現代の数学の哲学——その原型の回顧的点描」『科学哲学』 48-2, pp.13-32.
- 野本和幸編・共著 [2008] 『分析哲学の誕生——フレーゲ・ラッセル』 勁草書房.
- 野本和幸・山田友幸編著 [2002] 『言語哲学を学ぶひとのために』 世界思想社.

要旨

フレーゲは、第一に、「数とは何か」という問いに対し、自ら考案した記号言語により、史上初の高階述語論理の公理体系化を達成し、その論理的基礎から、数論全体を論理的に導出しようと試みた。第二に、その体系構成の「予備学」として、日常のドイツ語をいわば「メタ言語」に用い、当の記号言語自身の統語論についてのメタ的説明や、自らの論理的カテゴリー区分（対象と型つきの概念・関係）、意味論的区別（意味と意義等）を解明し、第三に、全欧規模で数学者・論理学者・哲学者と充実した誌上および書簡論争を行った。

以上の論理学・数学基礎論上の仕事に加え、フレーゲは意味と意義の区別をはじめ、現代の意味論・言語哲学の原型を与えた。