Bentham社会的厚生関数の存在と効用測定の一方法

村　上　雅　子

序

この論文の意図は，Kemp, M.C. & Ng, Y.K. (1976)[1]及び Ng, Y.K. (1975)[2]の分析方法を検討し，前者における定理証明に1つの修正を加えるとともに，後者の分析の枠組を活かしながら，基数的効用測定に関する１つの具体的方法を提示するものである。Kemp & Ng の論文は，Bergson-Samuelsonの社会的厚生関数$W=W(U^1,\cdots,U^n)$は，もしU^iが個人の序数的効用指標に限定される限り，少くとも２個人が２対象に対して逆の選好をもつ場合には，一意的な序数的厚生指標としてのWは存在しえないことを証明したものである。同様の結論は，Parks, R.P. (1976)[3]によっても独立に，異なる公理体系を用いて証明された。これらの証明は，Arrowの「不可能性定理」に加えて，序数的効用指標または個人の選好順序に，社会的厚生の順序づけを依拠せしめようと考える人々にとって致命的な打撃である。Ⅰ節において筆者は，Kemp & Ngの証明方法を検討し，彼らの用いた「匿名性」(Anonimity)の仮定の代りに，「非独裁性」の仮定を用いることによって，より有効に，Bergson－Samuelson 社会的厚生関数の非存在に関する定理は証明しうることを示した。

人々の間に利害の相対立する社会的選択問題，すなわちある個人はxをyよりも選好するが，yをxよりも選好する他の個人が必らず存在している場合の社会的選択問題は，所得や資産の再分配をもたらす政策決定等，実際にはきわめて多い。このような場合に，社会的にx, yのいずれがより望ましいかを決定するのに，個人の選好順序や序数的効用指標

に依拠し，これを多数決原理によって決定することが「不可能性」に相違するというのであれば，これに代るいかなる社会的決定方法に依るべきであろうか。

Ng(1975)は，ゆるやかな4つの仮定から，これを認める限り，われわれが，個人の効用の非加重の集計としてのBentham社会的厚生関数，$W=\sum_{i=1}^{n} V^i=\sum_{i=1}^{n} U^i$($V^i$は$U^i$の任意の正の単調変換)を受容していることを「集計定理」(Summation Theorem)として証明した。そしてこの証明の基礎においた「限界無差別」(Marginal Indifference)の概念を用いるならば，個人効用の基数的測定も可能であることを示したのである。II節において筆者はNgの「集計定理」証明の方法を検討し，V^iはU^iの任意の正の単調変換ではあるが，その変換係数はすべての個人に共通の値である限定条件をもつべきであることを明らかにした。「集計定理」の証明自体には，この限定条件はあるにせよ，個人の効用になお基数性の限定は与える必要はない。しかしKemp & Ng(1976)のBergson-Samuelson社会的厚生関数の非存在証明を経た後では，Bentham社会的厚生関数を，個人の基数的効用の非加重の集計に限定し，その社会的厚生値Wの比較によって，選択対象の社会的順序を決定する方法が，社会的選択のパラドクスを解くための，極めて重要な1つの道として浮び上らざるを得ない。それ故，Ngの提示した「限界無差別」を用いる基数的効用測定方法は注目すべき意義をもつことになる。III節において筆者はNgの測定方法を示し，これに「限界無差別における効用はすべての人に相等しい」という仮定を明示的に加えることによって，個人間効用比較を可能にする共通単位を設定することができ，これによって集計されたBentham社会的厚生関数は，社会的選択のパラドクスを克服しうることを明らかにした。

Ng(1975)は，この重要な基礎概念である「限界無差別」を，いかなる方法において把握すべきかについては具体的には示さなかった。筆者はIV節において，この具体的な1方法を提示する。これは1つの方法であって，なお他にも意味のある方法は考えられうるであろう。Ngおよび筆

者の方法は，貨幣の限界効用一定を，すべての所得水準において仮定する欠陥をもっていたが，久武雅夫教授は，もし個人の所得水準の増加にともなって，限界無差別を与える所得差が変化するとすれば，非線型の所得効用関数の推定は可能であり，またその集計としての社会的所得効用関数が導出されうることを筆者に教示された。最後にこの御教示の方法についての検討を加えている。

I　Bergson-Samuelson 社会的厚生関数の非存在証明

Bergson-Samuelson の社会的厚生関数は次のように定義される。

$$W(x)\equiv F\{U^1(x),U^2(x),\cdots,U^n(x)\}\quad \partial F/\partial U^i>0\ (i=1,\cdots,n;n>2)$$

ここでWは社会的厚生の序数的指標であり，U^iも個人の選好を示す序数的指標である。xは選択対象である，社会状態の「所与の」集合を示す。WもU^iも序数的指標であるから，正の単調変換が許容される。しかしU^iが正の単調変換を許容されても，その結果変化するWは所与の選択対象の集合に対する社会的順序づけを変化させないと，SamuelsonやGraaffは考えていた。[4] Kemp & Ngが1976年論文で行なったのは，このSamuelsonやGraaffに代表される見解への否定である。換言すれば，社会的な選択対象の任意の所与の集合に対して，個人の順序づけあるいは序数的指標に基づくならば，いくつかの弱い条件をみたすBergson- Samuelson社会的厚生関数を見出すことは不可能であることを証明したのである。彼らの「不可能性定理」が，Arrowの「不可能性定理」と異なっている点は，前者が，選択対象への個人的順序の「所与の」集合，$\{R^i(x)\}$を対象としていること，及びこの$\{R^i(x)\}$が，序数的効用の集合$\{U^i(x)\}$で表現される場合を問題としたことである。Arrowの社会的厚生関数は，あらゆる任意の$\{R^i(x)\}$から，社会的順序$R(x)$を決定するルールと理解されて来た。

$$R(x)=f\{R^1(x),R^2(x),\cdots,R^n(x)\}$$

の関数が，“reasonable” な諸条件をみたしては存在しないことを証明したのがArrowの「不可能性定理」である。関数fが存在すると言いうるためには，任意の$\{R^i(x)\}$に対応して，一意的な$R(x)$がつねに存在しなけれ

ばならない。唯一つの$\{R_i(x)\}$でも,これに対応する$R(x)$が存在しないケースがあれば,「Arrowの社会的厚生関係fは存在しない」と結論するのに十分である。[5] 実際,多くの$\{R_i(x)\}$の型に対応して,一意的な$R(x)$は成立しうるのであるが,それはArrowの不可能性定理をゆるがすことにはならない。個人の順序づけ$R_i(x)$が,序数的効用数値であらわされ,任意の正の単調変換を許容されたとしても,対象に対する順序づけの順位を変えるものではない。したがって,$\{R_i(x)\}$に対応して$R(x)$が一意的に成立しない場合は,$\{R_i(x)\}$が$\{U_i(x)\}$で表現されても,又その任意の正の単調変換値の集合,$\{F(U_i(x))\}$但しF$'>0$で表現されても,これに対応するBergson－Samuelson社会的厚生関数$W(x)$の値による社会的順序は一意的に成立しない筈である。このようなケースが1つでもあれば,それはBergson－Samuelson 社会的厚生関数の非存在を結論するに十分である。故に,Arrowの「不可能性定理」は,Bergson－Samuelson社会的厚生関数の存在をも,$U^i(x)$,$W(x)$がともに序数性をのみもつものと考えられている限りは,排除したのである。それにもかかわらず,長い間,この排除性は理解されていなかった。一方,Little (1952)[6] や Samuelson (1967)は,厚生経済学に関連するのは,個人的順序づけの「所与の」集合に対応する社会的厚生関数であるから,Arrowの不可能性定理は,厚生経済学にとっては“irrelevant”であると主張した。この両方の誤解を解くために,所与の個人的順序づけの集合におけるBergson－Samuelson社会的厚生関数の非存在への明確な証明が必要だったのである。Kemp & Ng の証明を要約する。選択対象の所与の集合をXとする。

(仮定)

(A.1) 選好の差違の存在(Diversity of preferences):次の条件(a),(b),(c)をみたす3対象x, y, zおよび2個人j, kが存在する。(a)2個人j, kはXにおける3対象$\{x, y, z\}$に対して,強い選好順序P^iを持つ。(b) jとkは$\{x, y, z\}$の2つのペアに対して対立的に異なる選好順序を持ち,残りのペアについては一致した選好を持つ。例えばx, yについてxP^jy, yP^kxであるとき,対立的に異なる選好を持つ

と言う。(c) jとkを除くn-2人の個人は$\{x, y, z\}$に対して無差別である。

(A.2)　強いパレート原理 (Strong Pareto Principle):すべての個人iにとって xR^iy であり，ある個人j にとってxP^jyならば，社会的選好順序は xPyである。

(A.3) 匿名性(Anonymity): 任意の対象x, y, z, w に対して,もしすべての個人においてxR^iyであることが $x\overline{R}y$ を意味するならば,すべての人において$z\overline{R}^iw$であることは,$z\overline{R}w$を意味する。但し$\overline{R}^i$とはP^i,I^i,及び逆(contra)P^iのどれかをとることを表わす記号であり，必ずしもすべての個人が同じ選好であることを意味しない。$\overline{R}$も同様にP, I, 逆Pのどれかをとること。また ($\overline{\overline{R}}^1, \cdots, \overline{\overline{R}}^n$) は($\overline{R}^1, \ldots, \overline{R}^n$) の任意の順列(permutation) である。

(A.4) 順序づけにのみ基づく(Orderings Only)：任意の2対象の社会的順序は, n人の個人のこの2対象に対する順序づけにのみ基づく。

「不可能性命題」: (A.1)～(A.4) の仮定の下で,これらをみたす一意的な社会的順序は存在しない。

(証明)

(A.1) から，xI^iyI^izが j, kを除くすべての個人iに成立ち, j, k は(i) xP^jyP^jz 且つzP^kxP^ky 又は(ii　xP^jyP^jz 且つyP^kzP^kx のいずれかをとるようなx, y, zが存在する。証明は(i)のケースも(ii)のケースも同様の方法で行ないうるので,(i)のケースについて考える。

(A.2) の強いパレート原理によって，xPy が成立つ。

(A.3) の「匿名性の仮定から，xとzは社会的に無差別, xIzでなければならない。[7]」

推移性により，xPy且つxIzであるならば，zPyでなければならない。「この結果は(A.3)に反する。何故なら yP^jz且つzP^ky であり，残りのn−2人はzI^iy であるから。[8]」　Q.E.D.

以上は，Kemp & Ngの「不可能性命題」の忠実なフォローである。筆者は，(A.3)の匿名性の仮定を何故，この証明で用いなければならないのか。匿名性の仮定(A.3)によって，何故，yP^jz 且つ zP^ky で，他の人々

はzP^iyのとき，社会的順序はzIyと言えるのか，理解することができない。匿名性の仮定とは，換言すれば，個人選好順序の集合のパターンが同一であれば，社会的順序は同一であるということである。jとkの選好順序をとり代えてみても，ここにzとyに対して全く対立する選好順序づけをしている2人がいることは変らない。zI^iyとしているiの2人をjとkにとり代えてみても，個人選好順序のこの特定集合のパターンは変らないから，これに対応する社会的順序も変らないということが匿名性仮定の意味であって，匿名性仮定から，2個人が対立する選好順序をもつとき，社会的順序づけは無差別にならねばならないとしているのは理解に苦しむ。またそうであれば，「非独裁性の条件よりも強い制約」とKemp & Ng 自身言うところの匿名性を何故使わねばならないのか。筆者は，後述するように，むしろ「非独裁性」の条件を匿名性の代りにおくことによって，有効に，「不可能性命題」を導出しうると考える。匿名性の条件はKemp & Ng 自身さらに述べているように，「各個人を“equal footing”で扱うということであり，それ自体1つの個人間比較を意味する。[9]」このような強い仮定はできれば使わない方がよいではないか。

筆者の提案する代替的な証明方法は次のようである。

(A.1) (A.2) (A.4)はKemp & Ngと同一である。(A.3) 匿名性の代りに

(A3′) 非独裁性 (Non-dictatorship)：「任意の2対象にする1個人の選好順序づけが，他のすべての個人のこの2対象に対する選好順序に反して，社会的順序となってはならない」例えばx,yについてxP^jyであり，j以外の個人が，yR^ixであるときに，xPyであるならば，jが独裁者となることを意味し，この条件に反する。この定義はArrowの非独裁性条件の定義に一致する。

「不可能性命題」：(A 1)(A 2)(A3′)(A 4) の仮定の下で，これらをみたす一意的な社会的順序は存在しない。

(証明)

(A.1) から $i \neq j,k$ について，$xI^i yI^i z$, j,k については(i)と(ii)のケースがあり，(i)のケースについて考える。(A.2)の強いパレート原理により，xPy が成立つ。ここまでは Kemp & Ngと同様である。次に，$xP^j z$ 且つ $zP^k x$ であるが，このとき社会的順序は，xPz, zPx, xIz のいずれかである可能性について考える。xPz である場合も zPx である場合も非独裁性の仮定(A.3′) に反する。何故なら，xPz であれば，$i \neq j,k$ の人人の xIz, kの $zP^k x$ に反して，唯一人のjの $xP^j z$が社会的順序を決定したからである。zPx であればk が独裁者になるからである。そこで，xIzであるとする。すると，xPy 且つxIzであるから，zPy でなければならない。これは非独裁性の仮定に反する。$i \neq j,k$ は$zI^i y$であり，j は$yP^j z$であって，これらに反してkの$zP^k y$が，社会的順序を決定したからである。したがって，xPz でもzPxでもxIzでもない。すなわち，xとz に対して，一意的な社会的順序は決定できない。zと yの関係を先にとりあげれば，同様にしてzとyについても社会的順序は決定できない。　　Q.E.D.

結論として，2個人が3対象の2つのペアについて，対立する選好順序をもち，他の人々は3対象に無差別であるときには，この2つのペアに対して一意的な社会的選好順序は決定できないということが証明できたわけであるが，以上から，Kemp & Ngの言う「第1命題」の「$W(x) \geqq W(y)$のときにのみ，xRyであるような，X における任意のx, yに対して定義される1つの実数値をもった (a real-valued) 関数 $W(x)$ は存在しない」という命題は，彼らの用いたような第1命題への複雑な証明を用いなくても簡潔に証明できると思われる。筆者は非独裁性仮定(A3′)を用いるので,「第1命題」は次のように表現される。

「Bergson-Samuelson社会的厚生関数の非存在命題」：(A 1)(A 2)(A3′)(A 4)の仮定のもとで，これらをみたし，$W(x) \geqq W(y)$ のときにのみ，xRy であるような，Xにおける任意のx, yに対して定義される1つの実数値をもった関数 $W(x)$ は存在しない。

（証明） 先の「不可能性命題」によって，2個人j,kが対立する選好順序をもち，他の人々はこれに対し無差別であるような，選択対象の2つのペアに対して，一意的な社会的選好順序は決定され得ないことが証明された。(i)のケースにおいて，xとz及びyとzがそのようなペアであった。xとzについて，xP^jz且つzP^kxである。このj,kの選好順序が各人の序数的効用数値U^j,V^kであらわされるならば，$U^j(x)>U^j(z)$且つ$V^k(z)>V^k(x)$である。U^j,V^kは任意の正の単調変換を許容されるが，各人のx,zに対する順序づけはそれによって変らない。$f(U^j(x))>f(U^j(z))$且つ$\phi(V^k(z))>\phi(V^k(x))$ 但し，$f'>0$，$\phi'>0$である。もしこのとき$W(x)>W(z)$であればjは独裁者となり，$W(z)>W(x)$となればkが独裁者となり（A3′）に反する。$W(x)=W(z)$であるとする。x,yについてはj,kはxP^jy,xP^kyであり，他の人々はxI^iyであるから，各人の序数的効用数値が正の単調変換によって，x,yの順序づけを変ええない以上，$W(x)>W(y)$である。したがって，$W(z)>W(y)$である。これは，zとyに関して，非独裁性の仮定(A3′)に反する。yP^jz且つzP^kyであり，序数的効用数値の任意の正の単調変換によっても，この個人的選好順序は変らず，$W(z)>W(y)$とすることは，kを独裁者とすることだからである。したがって，$W(x)>W(z)$でも$W(z)>W(x)$でも$W(z)=W(x)$でもなく，xとzに対して$W(x)\geqq W(z)$のときにのみ，xRzであるような，1つの実数値をもった関数$W(x)$は存在しない。zとyについても同様にして証明される。

Q. E. D.

II　Bentham 社会的厚生関数の受容に関するNgの証明方法

Ngの論文(1975)の主な目的は，「有限の感知性」(finite sensibility)と，「弱多数決選好基準」(Weak Majority Preference Criteria, WMP)の2つの概念を柱とし，これを認めることは，「$W=\sum_{i=1}^{n}U^i$というBentham社会的厚生関数を受容していることを意味する」という「集計定理」(Summation Theorem)を証明することである。

有限の感知性とは，人間の識別能力が不完全であるために，ある程度

の大きさの量的変化が生じないと，どちらの対象をより選好するかが判断できず，それ以下の小さな変化では，無差別と判断する他はないということである。例えばある個人は，スプーン2杯の砂糖を入れたコーヒーを好むとする。しかし，2杯の砂糖入りコーヒー(x)と1.8杯の砂糖入りコーヒー(y')の差違，またy'と，1.6杯の砂糖入りのコーヒー(y'')の差違は感知することができず，無差別と判断せざるを得ない。けれどもxは明らかにy''よりも選好されることは判断できるという場合が起りうる。この場合は，カップ1杯のコーヒーにおける0.4杯分の砂糖量の与える変化が，甘さの「正に感知可能な増分」(just-perceivable increment)だったのである。上記の例で明らかなように，xI^iy'且つ$y'I^iy''$でありながら，xI^iy''ではなく，xP^iy''であり，有限の感知性の存在は，無差別の関係における非推移性(intransitive indifference)をもたらす。この有限の感知性が論じられた歴史は古く，Borda(1781)[10]やEdgeworth(1881)[11]にさかのぼることができ，Armstrong(1951),Goodman & Markowitz(1952),Rothenberg (1961) など効用の基数的測定に関心をもった人々によって繰返しとり上げられた。また心理学の分野や最近の確率的意思決定理論の分野においても，この“just noticeable difference”のタームを用いた分析の展開がなされていることは，Fishburn(1970)のサーヴェイ[12]にも示されている。殊にEdgeworthは，この正に知覚可能な増分によって感知される快楽の増分は，すべての人にとって等しいことを，証明不可能な第1原理であると述べた。Ngの分析方法は[13]，このEdgeworthの言葉で言う“minimum sensible increments of pleasure of all pleasures for all Persons are equitable”という指摘から大きな示唆を受けていると思われる。しかしNgはこのことを証明不可能な第1原理として措定するのではなく，人々が「弱多数決選好基準」(WMP) を受容しているならば，そのことが，「正に知覚可能な効用の増分」を，すべての人に共通な，個人間比較可能な単位としていることを意味すると証明するのである。

WMPとは何か。これは「任意の2対象x, yについて，誰もyP^ixの人

はなく,(i) 個人の数nが偶数なら少くとも$n/2$の人々はxP^iyであり,(ii) nが奇数なら少くとも$(n-1)/2$の人々がxP^iyならば,社会的厚生はxにおいて,yにおけるよりも高い」という,価値判断である。この価値判断は,多数決原理や,パレート基準よりも「弱い」。何故なら多数決原理では半数を1人でもこえる人々がxP^iyであるならば,残りの人々が,yP^ixであってもxが採択される。しかしWMPでは半数の人々はyP^ixを表明しているのではなく,xI^iyだからである。またパレート基準では,「1人でもxP^iyの人がおり,他の人々がxI^iyであるならば,社会的選好はxPyである」とする。WMPでは少くとも半数の人はxP^iyだからである。したがって,多数決原理やパレート基準によって採択された対象は,採択されなかった対象よりも,社会的厚生が高いと判断する人々は,WMPを受容せざるを得ない。

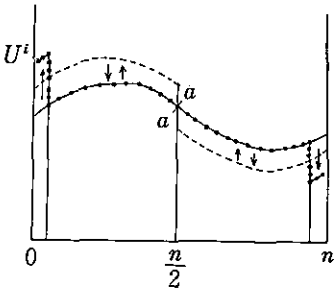
WMPと,有限の感知性,換言すれば「正に感知可能な効用の増分」の存在とを用いて,Bentham社会的厚生関数の受容を証明するNgの方法は,Ngの著書(1979)の図5.2[13]を参照することによって,そのアイディアをよりよく把むことができる。

Ngはここで「正に感知可能な効用の増分」(just noticeable increment of utility)の代りに,その姉妹的概念,「正に感知不可能な効用の増分」(just unnoticeable increment of utility)あるいはこれと同意のものとして「最大限の無差別を与える効用差」(a utility difference of a maximal indifference)を用い,これを"a"であらわす。すなわち

$$yP^ix \leftrightarrow U^i(y)-U^i(x)>a\ ;\ xR^iy \leftrightarrow U^i(y)-U^i(x)\leqq a$$

なのである。aは任意の正の定数と規定されている。証明のためには以下に示すように,変化の前と後の状態に対して,無差別を表明する他はない,正に感知不可能な効用の変化であるaが,重要な役割を果すのであるが,実際の場合には,客観的などのような変化が,aをもたらしているかは確定し難い。先のコーヒー1杯に入れる砂糖の例の場合,スプーン0.4杯分の砂糖の増加になったときに,どちらをより選好するかという

甘味の差違が感知された。故に「正に感知可能な差」をもたらす客観的な状況の変化分は把握されやすい。しかし0.4杯を下まわる限りの小変化ではいずれも差違が感知できなかったのであるから,「正に感知不可能な効用差」aをもたらした客観的な変化は,0.2杯,0.3杯あるいは0.4杯をわずかに下まわる大きさと把えるべきであろうかとの疑問が残る。Ngはこの疑問に答えてはいない。aをもたらす状況の変化は確定しうるものと考えている。この点は彼の基数的効用の測定方法にもまといつく問題点となることを指摘しておく。



第１図(Ngの5.2図)

左図において，横軸に社会を構成するn人の個人を並べ，その効用水準をたて軸にとる。簡単化のためにnを偶数とする。先ず，──線であらわされる初期状態xから,左半分に当る半数の人々を“just unnoticeably better off”し，残りの人々を“just unnoticeably worse off”して,……で示されるyの状態をもたらす。感知不可能な効用の変化であるから，すべての人々はxとyに対して無差別である。WMPによる判定を適用すれば$W(x)=W(y)$である。次に,第１番目の個人に，右半分のうち第n番目の個人を除く人々を加えた人々を“just unnoticeably better off”し,残りの人々すなわち左半分のうち第１番目の個人を除く人々に第n番目の人を加えた人々を“just unnoticeably worse off”して,……であらわされるzの状態をもたらす。 yからzへ，それぞれ半数の人々が感知不可能な効用変化を生じたのであるから,yとzに対してもすべての人々は無差別である。 WMPによる判定は$W(y)=W(z)$である。したがって,$W(x)=W(y)=W(z)$である。しかるに,xとzを比較すると,第1番目の個人は“just unnoticeably better off”を2回経験しており，第n番目の個人は“just unnoticeably worse off”を2回経験している。しかも$W(x)=W(z)$であると判定されたことは,第1番目と第n番目を除く，他

の個人の状態は x と z では同一になったのであるから,この2個人間の逆の方向への効用変化は同等であることを意味する。このことは,“just unnoticeable difference of utility”すなわちaを,個人間に比較可能な共通の単位とし,これによってカウントされた個人効用の非加重の総和, $W=\sum_{i=1}^{n} U^i$を,社会的厚生関数として受容していることを意味する,というのである。これがNgの「集計定理」である。

この図による証明のアイディアは,論文(1975)では次のような簡単な数式で表現されている。

(仮定)　社会的厚生 (W) について次の4仮定をおく。

(1) Wは個人効用U^iのみの関数である。$W=W'(U^1,\cdots,U^n)=W(V^1,\cdots,V^n)$
　但しV^iはU^iの任意の正の単調変換である。

(2) Wは各々のV^iに対し,連続的且つ微分可能である。

(3) Wは準凹関数でも準凸関数でもありうる。

(4) 「弱多数決選好基準」(WMP)を受容している。

上記の諸仮定から次の定理が証明される。

「集計定理」(Summation Theorem):仮定(1)~(4)をみたす任意の社会的厚生関数は, $W=\sum_{i=1}^{n} V^i$ の形またはその正の単調変換の形をとらなければならない。

(証明)

人数 n が偶数のとき,任意の x,yについて, $V^i(y)=V^i(x)+b,\ b>a$ が$i=1,\cdots,n/2$に成立しているとする。すなわち半数の人々は,正に感知不可能な最大限の差である a よりも大きな効用の差を y と x の間に感知しているために,yP^ix である。$k=(n/2)+1,\cdots,n$ の人々がyI^kx であるならば,WMPにより,$W(y)>W(x)$ である。すなわち

$$W\{V^1(x)+b,\cdots,V^{n/2}(x)+b,V^{n/2+1}(x)-a,\cdots,V^n(x)-a\}$$
$$>W\{V^1(x),\cdots,V^n(x)\} \tag{1}$$

同様にして

$$W\{V^1(x)+a,\cdots,V^{n/2}(x)+a,V^{n/2+1}(x)-b,\cdots,V^n(x)-b\}$$

$$<W\{V^1(x),\cdots,V^n(x)\} \tag{2}$$

b を a に近づけることにより，(1)の左辺は(2)の左辺に連続的に近づく。極限をとると

$$W\{V^1(x)+a,\cdots,V^{n/2}(x)+a,V^{n/2+1}(x)-a,\cdots,V^n(x)-a\}$$
$$=W\{V^1(x),\cdots,V^n(x)\} \tag{3}$$

同じプロセスによって，第２番目から第$n/2$番目までの人々及び第n番目の人の$V^i(x)$から a を引き，それ以外の人々の$V^i(x)$にaを加えると，

$$W\{V^1(x)+a,\cdots,V^{n/2}(x)+a,V^{n/2+1}(x)-a,\cdots,V^n(x)-a\}$$
$$=W\{V^1(x)+2a,V^2(x),\cdots,V^{n-1}(x),V^n(x)-2a\} \tag{4}$$

(3)と(4)を比較すると，(4)の右辺は，(3)の右辺に等しくなるべきである。

$$W\{V^1(x)+2a,V^2(x),\cdots,V^{n-1}(x),V^n(x)-2a\}=W\{V^1(x),\cdots,V^n(x)\} \tag{5}$$

(5)の等式関係は，$2a$を加えたり引いたりされる個人を任意の個人としても成立する。すなわち任意の1個人のV^iを$2a$, 他の1個人のV^jを$2a$減じるならば，他の人々のV^iが一定である限り，同じ社会的厚生の等高線上にある。故に，すべてのλ,μ, j, kの値について，

$$\int_{\lambda}^{\lambda+2a} W_j\,\partial V^j=\int_{\mu}^{\mu+2a} W_k\,\partial V^k \tag{6}$$

(6)が成立する。したがって，Wと他の人々のV^iが一定であるとき，$-W_j/W_k\left(=\partial V^k/\partial V^j\right)$は，一定でなければならない。

$$W_i=G,\quad \text{但し}G\text{はすべての個人に等しい正の定数。} \tag{7}$$

仮定(1)の$W=W(V^1,\cdots,V^n)$を全微分すると

$$dW=\sum_{i=1}^{n}W_i\,dV_i$$

これに(7)を代入して，積分すると

$$W=G\sum_{i=1}^{n}V^i+H\quad \text{但し}H\text{は積分定数の総和。} \tag{8}$$

これまでの過程で，個人効用の基数性の制約はおかれていない。Wの任意の正の単調変換は許容されている。したがって$G=1$，$H=0$とおくと，

$$W=\sum_{i=1}^{n}V^i \qquad \text{Q.E.D.}$$

以上がNgの証明方法の要約である。「感知不可能な最大限の効用変化，a」とWMPを用いて，それが非加重の個人効用の総和であることを意味するという，証明の枠組は妥当である。しかし，この場合，「個人効用はなお序数的であって基数性の制約を受けていない」としていること，及び（仮定3）で「社会的厚生関数は準凹関数でも準凸関数でもありうる」としていることは，Ngの証明の枠組と，結論とに矛循しないかどうか，検討する必要がある。

例えば，社会が2個人から構成され，個人1，個人2は各々その序数的効用指標U^iを，その2乗である指標$V^i=(U^i)^2$に変換したとしよう。社会的厚生関数を次のように一般的に仮定し，その形を考える。

$W=W(U^1,U^2)$　　　　　　　　但し$\partial W / \partial U^i > 0$

$dW=W_1 dU^1+W_2 dU^2=0$　　　　　　但し$W_i \equiv \partial W / \partial U^i$

$dU^2 / dU^1=-W_1 / W_2$

$d^2U^2 / d^2U^1=-\{1/(W_2)^3\}\{(W_2)^2 W_{11}+2W_1W_2W_{21}+(W_1)^2W_{22}\}$

(i)　$d^2U^2 / d^2U^1 < 0 \leftrightarrow W_{11} > 0, W_{22} > 0, W_{21} \geqq 0$

(ii)　$d^2U^2 / d^2U^1 > 0 \leftrightarrow W_{11} < 0, W_{22} < 0, W_{21} \leqq 0$

(i)のとき，Wの等高線はU^1,U^2平面において原点に対して凹であり，これは，W関数が準凸関数(quasi-convex)であることに同値である。

(ii)のとき，Wの等高線は，原点に対し凸であり，W関数は準凹関数(quasi-concave)である。

そこでNgが証明したように，W関数は個人の序数的効用の非加重の総和又はその正の単調変換の形をとるものとすると，この場合は

$W=V^1+V^2=(U^1)^2+(U^2)^2, W_1=2U^1, W_2=2U^2, W_{11}=2, W_{22}=2, W_{12}=0$

であるから，W関数は準凸関係である。もしU^iをその平方根に変換するならば，W関数は準凹関数になることは明らかである。しかしもし，各人の序数的効用指標の変換係数が同一でないならば，例えば上記の例で，個人1は$V^1=(U^1)^2$; $V^2=(U^2)^3$ に変換したとするならば，$W_1=2U^1$; $W_2=3(U^2)^2$ であって，$W_1 \neq W_2$である。この場合は，「(6)式が成立すると

きには，$(-W_j/W_k)$は一定でなければならない」という条件に反し，(7)式の$W_i=G$とおくことができない。したがって，Ngの証明の枠組と結論は，個人効用が序数的指標であり，W関数は準凹関数でも準凸関数でもありうることとも矛盾しないが，各個人の序数的効用指標の任意の正の単調変換の変換係数は同一であって，任意の2個人間の効用の限界代替率W_i/W_jは一定でなければならないということを明記すべきである。

Ngは1975年論文の最終節で，「最大限の無差別を与える効用差」あるいは「限界無差別」(marginal indifference)と呼んだ　を用いて，選択対象のxやyに対する基数的な個人効用の測定方法を示唆する。集計定理の証明のためには，序数的効用指標で十分であった。それにも拘らず何故同じ論文の中で，基数的効用の測定を論じたかの理由は，1975年論文の中では明白ではない。この論文の中でNgは，「分析の副産物として」と言ってはいるが，むしろ最も多くのスペースをさいて，有限の感知性の存在は非推移的な無差別の関係を生じさせること，この場合にもなお潜在的(underlying)な効用関数は存在する，という効用関数の証明をおこなっている。そして「この効用関数は基数的関数であると，有意味に規定されうる」こと，「又もし限界無差別の水準を測定しうるなら，この効用関数は，非倫理的な根拠に基いて，個人間比較可能なものになる」こと，そして「もし原点を固定しうるなら，完全な比較可能性 (full comparability)が達成しうる」と述べて，基数的効用測定の1つの方法を示しているに過ぎない。しかし第I節でわれわれはすでに，Kemp & Ng の1976年論文を検討し，Bergson-Samuelson 社会的厚生関数 $W=W(U^1,\cdots,U^n)$のU^iが序数的効用指標であり，Wもまた序数的指標である限り，$W(x), W(y)$の数値の比較によって，xとyの一意的な社会的順序を決定することは出来ないという「不可能性定理」が確立しうることを知った。それゆえに，個人効用の基数的測定と，これを個人間に比較可能なものとし，この集計によるWによって，選択対象の一意的な社会的順序を決定すること，そのためにNgの基数的効用測定の方法は有効

であるかどうか，ということはNgが1975年論文で考えていたよりも，はるかに重要な意味をもつことを理解している。

それでは,「限界無差別」aを,どのような方法を用いて具体的に測定すればよいのであろうか。どのようにしてそれを，個人間比較可能な共通の単位で測られた$U^i(x)$,$U^i(y)$の値の計算に用いることができるのか。そして, $W(x)$, $W(y)$に集計して一意的な社会的順序の決定が可能になるのか。これらの問いに対して, Ngは十分な答えを出していない。次節において，まず，1975年論文におけるNgの提示する方法を要約し，次にこれらの問いに沿って，彼の方法の有効性を検討する。

Ⅲ　Ngの基数的効用の測定方法

通常，選択対象は多次元的な要素を含んで，相互に相違している。Ngの提案する方法は，まず，特定の1要素についてのみ相違している選択対象x,yをとり出し，x,y間の「限界無差別の単位数」(the number of units of marginal difference)Dを直接的に測定するという。但しNgはその方法については何も述べない。この点が後述するようにNgの提案の最大の問題点なのであるが, Ngは，1要素についてのみ相違する x,yであるならば，その間の効用差$U^i(x)-U^i(y)=D$の値は, 限界無差別 a によってカウントされる何単位であるかは，容易に測定しうるものと仮定している。そして次に，多次元的な要素を含む選択対象 z と，x の間の限界無差別の単位数D'を測定するために，次のような間接的方法を提案する。もし個人 i が，xP^iy,xP^iz の選好を持っているとするならば，x から y に移行しないために彼があえて支払おうとする最大限の金額を表明させる。これを£gとしよう。また x から z に移行しないために彼があえて支払おうとする最大限の金額をも表明させ，これが £h であるとしよう。$U'(M)$を，貨幣の限界効用とすると，次式が成立つ。

$$U^i(x-\pounds g)=U^i(x)+\int_{\bar{M}}^{\bar{M}-\pounds g}U'(M)dM=U^i(y)$$

$$U^i(x-\pounds h)=U^i(x)+\int_{\bar{M}}^{\bar{M}-\pounds h} U'(M)\,dM=U^i(z)$$

貨幣の限界効用U'(M)を一定と仮定するならば

$$\{U^i(x)-U^i(y)\}\ /\ \{U^i(x)-U^i(z)\}=g/h,$$

$$D/D'=g/h$$

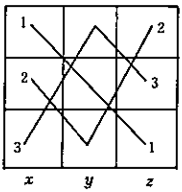
したがって先に測定されたDと，金額g,hの値によって，D'は測定されるというのが，Ngの提案である。貨幣の限界効用を一定としているために，gとhの金額にかなりの差があるときには，測定の誤差を生じるであろう。この点についてNgは，gとhの値の差が小さくなるように対象を選べばよいと述べているのみである。

Ngのこの効用測定方法は，xとyの間の効用の差を，より選好する状態から，より選好しない状態へ移行しないためにあえて支払おうとする金額によって測定する。その金額が，両状態を無差別にする効用値を代理して表わすものと考えるのである。もし基準となるxとyの間の効用差Dが，限界無差別aによってカウントされた単位数である保証があるならば，Dとg, hによってD'を測定するという方法は，貨幣の限界効用を一定とする仮定のもつ問題点を別とすれば，前節で展開されたNgの集計原理の証明で用いられた「限界無差別」aのアイディアを生かす巧みな基数的効用測定の一方法と言えよう。

この個々人のxやyやzに対する基数的効用を，個人間比較可能なものとし，集計してBentham社会的厚生関数 $W=\sum U^i$ にするためには，Ngは明記していないが，次の３つの仮定あるいは操作を要する。第１には，Edgeworthの言うように，「最小感知増分の快楽はすべての人にとって相等しい」ということ，Ngの用語で言えば，「限界無差別のもたらす効用aは，すべての人にとって相等しい」ことを，先づ証明不可能な第１原理あるいは公理として明示的に設定しなければならない。第２に，基準となる$U(x)-U(y)=D$は，Ngによれば，aによってカウントされた何単位かを表わすのであるが，Dそのものをaとみなす。そのためには，

x と y が1要素でのみ相違する選択対象であるばかりでなく，まさに x と y の差が，限界無差別状況をあらわすように，x，y を設定すればよいわけである。これは次節に述べる筆者の測定方法では行なわれている。第3に，$D=a$ であり，a がすべての個人に等しいから，$a=1$ とおく。したがって以下に述べるように，個人によって，x と y を無差別にする金額 g や，x と z を無差別にする金額 h は異なるであろうが，それらの金額を，$U(x)-U(y)=D$ のために支払う金額 g が1に等しくなるように，「基準化」(normalize)する。この基準化された対象間の効用数値の，すべての個人にわたる総和を，対象間の社会的厚生の差として，この比較によって社会的順序の決定を行なうのである。

この方法は確かに一意的な社会的順序を決定しうることを，かの有名なArrowの投票のパラドクスが生じるケースについて，数値例を用いて明示しよう。



左図は，3人の個人1，2，3それぞれの x, y, z に対する選好順序づけをあらわしている。

xP^1yP^1z，　zP^2xP^2y，　yP^3zP^3x，

Ngの提案した方法によって，3人の個人はそれぞれ以下のように自分のより選好する対象から，より選好しない対象に移行させないためにあえて支払おうとする金額を表明したとする。

→の記号は，$U^i(x)-U^i(y)$ の金額を1とするように，基準化することを表わす。$\hat{U}^i$ は基準化された値であることを示す。

$U^1(x)-U^1(y)=2\to1, U^2(x)-U^2(y)=50\to1, U^3(x)-U^3(y)=-500\to-1$

$U^1(x)-U^1(z)=10\to5, U^2(x)-U^2(z)=-50\to-1, U^3(x)-U^3(z)=-200\to-0.4$

$U^1(y)-U^1(z)=8\to4, U^2(y)-U^2(z)=-100\to-2, U^3(y)-U^3(z)=300\to0.6$

$$W(x)-W(y)=\sum_{i=1}^{3}\{\hat{U}^i(x)-\hat{U}^i(y)\}=1$$

$$W(x)-W(z)=\sum_{i=1}^{3}\{\hat{U}^i(x)-\hat{U}^i(z)\}=3.6$$

$$W(y)-W(z)=\sum_{i=1}^{3}\{\hat{U}^i(y)-\hat{U}^i(z)\}=2.6$$

これらの結果から，x, y, z の社会的順序づけは，$W(x)>W(y)>W(z)$，$xPyPz$ であることが，一意的に決定される。また対象x, y, z 間の社会的厚生の相対的な差違も明らかとなる。

貨幣の限界効用を一定と仮定している問題点についてであるが，それが問題となるのは，貨幣の所有量によって貨幣の限界効用は変化するであろうから，もし所有量の増加にともなって貨幣の限界効用が逓減するならば，富裕な人々は「あえて支払おうとする金額」に多額の金額を表明し，貧困な人々はその逆を表明することによって，測定される効用値に差違が生じるのではないかという点であろう。しかし上記の例からも推察されるように，基準化の方法によってその差違は克服されるのではないだろうか。一定の選好の強さを示すために支払おうとする金額の中に，その個人の貨幣所有量にもとづく貨幣の限界効用の大きさが反映していると考えるならば，それはその1個人においては xとy，yとz，xとzの間の選好に関して支払おうとする金額を決定する際に同等に作用するであろう。したがって基準化する前の金額は，富裕であるか貧困であるかによって相違があるが，基準化によって，「限界的無差別」aを表わす $\hat{U}^i(x)-\hat{U}^i(y)$の効用は等しく，そこでは貨幣の限界効用は各人に等しくされていると言えるのではないだろうか。

したがってNgの効用測定方法は，上記の3つの仮定あるいは操作を加えることによって 共通単位によるその集計，集計値としての社会的厚生値による対象の社会的順序づけ決定という問題を，理論的には解決していると言えよう。残る問題は結局，基準とするaの具体的な測定方法なのである。$U(x)-U(y)=D=a\to 1$ とすることが基礎になっているのであるから，「xとy はある1側面(aspect)においてのみ相違する対象を選んで，直接的にその限界的無差別の単位数を測る」と言っても，いかなる x, y を選び，いかなるアスペクトの相違をとらえて限界的無差別を測るかは，その後の結果に決定的な重要性をもつわけである。Ngはそれ以上の具体性

ある説明をこの点については与えていない。彼は論文の中で，限界的無差別あるいは感知不可能な最大限の差違の存在，また a の個人間共通性について述べる際に，しばしば心理学の実証的研究の結果を引用している。例えば,「痛みの感覚についての心理学的研究では,痛みの識域（pain thresholds）は異る個人の間でかなり近似した値を示し，平均して230±10の標準偏差を示していることは,『正に感知可能な差』(just noticeable differences)もそうであろうことを示している[14]」と言って，Arrowが，Ngの方法によって，社会的厚生を最大化する所得分配を決定するなら，感知力における個人間の差違が，所得分配の大きな不平等化をもたらすであろうと批判したことへの反論の根拠にしている。

Bentham社会的厚生関数 $W=\sum_{i=1}^{n} U^{i}\ max.$ を目的関数とすると，所得の亨受能力(capacity to enjoy income）の低い人つまり同一所得水準における効用の亨受水準が常に低い人は，より少い所得分配を受取るべきであるという結論になることは，よく知られており，Senなどもこの点を功利主義社会的厚生関数批判の根拠としている。Senは，このような低亨受能力の人々の中に，障害者や過重な労働への従事者を含めていたので，それはわれわれの公正観に反すると考えたのである。 Arrowの批判は，この亨受能力の差に相当するものが，Ngの言う感知力（sensibility)の差であると考え，感知力の差が，同じ対象についての各人の効用値に反映されるなら，功利主義社会的厚生関数に対する上記の批判と同じで批判が妥当するとみなしたのである。これに対するNgの反論の仕方は２つの点で間違っている。第１に，痛みの感覚において，識域つまり痛みの差を感知できる刺激の差違が個人間に大差のないことは，所得から受け取る満足の差を感知できる所得の差違に，個人間に差が少いという証明にはならないこと。経済学の分析に関係するのは後者である。第2に,Ngの測定方法で重要なのは,効用の差を辛うじて感知できたとき，その効用の差である a がすべての人にとって等しいと仮定していることであって，a を与える刺激の差違例えば所得の差違の等しいこと

を仮定する必要は何ら無いということである。Arrowのパラドクスの解決について筆者の例示したように，大きな所得差において，限界無差別と感じる「感知力の鈍い人」(彼は金持であって貨幣の限界効用が小さいためにそうなったのかもしれないし，感受性が弱かったのかもしれない)も，小さな所得差において限界無差別と感じる「感知力の鋭い人」もある。しかし，そのような感知力の差違は，彼の個性や所得の変らぬ限り，彼自身が，どの選択対象について与える評価にも同じように作用しているわけである。したがって，限界無差別における効用 a を各人に等しいとのみ仮定して，これらの評価額を基準化するならば，各人の感知力の差が,基準化された効用値には反映されないことを示して，Arrowに反論すればよかったのである。

Ngが具体的にはその方法を述べなかった，基準となる $U(x)-U(y)=D$，そして筆者の加えた仮定の第2によれば $D=a$ であるところの D を，どのような方法で測定するのかということこそ重要な問題である。Ngはまさか心理学的な方法で，これを測定することを考えていたのではないであろうが，一体どのような状況変化の中に生じる限界無差別をとらえることが，意味があるのであろうか。

Ⅳ　効用の測定方法に関する代替的提案

公共選択のパラドクスを解決する必要があるのは，人々の間に利害が対立している分配上の相違を含む社会状態を，選択対象としている場合である。パレート・フロンティアに移行する効率上の改善の場合には，その社会的決定には全員一致が得られる。しかしパレート・フロンティア上からの1点を選ぶ場合には，ある人々の状態は，改善されるが，他の人々の状態は悪化するのであるから，全員一致は得られない。この場合に選択対象に対する個々人の順序づけのみに基き，多数決によって決定しようとするときには，Arrowのパラドクスにぶつかる。効用の総和である社会的厚生の比較によって決定を行なうことによってこのパラド

クスを克服しようとする。そのための効用の測定なのであるから，効用の測定方法自体が，あるいは測定された効用値が，分配問題の公共選択にとって意味のあるものでなければならない。筆者が先の論文(1979)[15]で，Tinbergenの効用測定方法に，いくつかの問題点を指摘しながらもなお高い評価を与えたのも，このような意味においてである。

Ngの開発した「限界無差別」の概念と,「より選好しない対象に移行しないためにあえて支払おうとする金額」とを用いる着想を活かしながら，分配問題にとって意味のある経済行動を通して，限界無差別の状況をつくり出し，これによって個人効用を測定する。この課題に応える1つの具体的な方法として筆者が提案するのは次のようなものである。

負の所得税や，効率的な公的所得給付のあり方をめぐってしばしば問題になるのは，受給者が労働可能である場合に，労働所得を稼得したことによって，公的給付の減少する率がある程度をこえると，労働をするよりは，労働しないで全額公的所得給付を受取る方を選ぶ。しかし，給付の減少率――これを「税率」と呼ぶことにする――が小さいと受給者の労働意欲は促進されるが，公的給付のための財政負担は大きくなり，納税者の租税負担の増加による労働意欲の減退をもたらす。したがって，社会的厚生を最大化する最適税率をいかに決定するかが，この問題への理論的実証的な課題ともなっている[16]。この現象をとりあげる。この場合に，税率＝給付減少率が1に等しければ，明らかに労働により稼得することと，就労せず全額給付を受けとることとは無差別である。税率を1から次第に小さくしてゆくにしたがって，ある水準まで税率が下ったとき，労働による稼得の方を，より選好するようになるであろう。それは1よりもわずかでも税率が下ったとき，ただちに労働による稼得を選好するのではなくて，人間の識別能力，感知力の不完全性の故に，ある大きさをもった税率の低下が生じるまで，無差別である領域が存在するであろう。就労―非就労が無差別の状態から，就労の方をより選好するように，正に変化したときの，税率下落による可処分所得の差，これが与える効

用を，限界無差別の効用aと考えてはどうであろうか。

公的給付額をS,労働による稼得のあった場合の給付の減少率すなわち税率をt,労働所得を賃金率wと労働時間Lの積と定義し，簡単化のために,tが変化する間，賃金率は不変$\bar{w}$と仮定する。また$t_0=1$, $t_0>t_1>t_2>t_3$, …と$1\geqq t\geqq 0$の範囲でtは連続的に変化すると仮定する。tの実際の変化は制度的変更であるから非連続的であり,且つ時間を要し,その間賃金率wが不変と仮定することは非現実である。したがって測定をする場合にはアンケート方式によって,tの仮設的な変化に対応して，一定の賃金率で何時間労働することとSとが無差別か，より選好かを聞くという形でデータをとらなければならないであろう。その調査は不可能ではない。

ある個人が，t_1のもとではL_1時間働くが，それと全額Sを受取るのとは無差別である。$t_0=1$からt_1までの税率下落の過程でも無差別であった。しかし，t_1からt_2に下落したとき,t_2の下では，就労しL_2時間働く方をより選好するように変ったとする。この個人において次式が成立つ。

$$U^i(S)=U^i[S(1-t_1)+\bar{w}L_1]\equiv U^i(y_1)$$

$$U^i(S)<U^i[S(1-t_2)+\bar{w}L_2]\equiv U^i(y_2)$$

$$U^i(S)<U^i[S(1-t_3)+\bar{w}L_3]\equiv U^i(y_3)$$

$$y_2-y_1=(t_1-t_2)S+\bar{w}(L_2-L_1)\equiv M_1$$

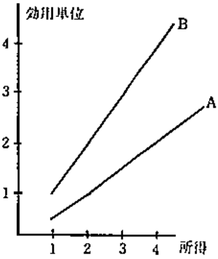
$$y_3-y_1=(t_1-t_3)S+\bar{w}(L_3-L_1)\equiv M_2$$

とすると，この個人は，税率がt_2からt_1へ引上げられるならば，M_1の金額の与える効用を失うことになるので，これを阻止するためにはあえてM_1に等しい金額を最大限支払おうとするであろう。同様にしてt_3からt_1へ引上げられるのを阻止するためには，M_2を支払おうとするであろう。したがって，この状況における貨幣の限界効用を一定と仮定すれば，

$$\frac{U^i(y_2)-U^i(y_1)}{U^i(y_3)-U^i(y_1)}=\frac{M_1}{M_2}$$

が成立する。無差別から就労選好へと正に変化したときの，税率変化と労働所得変化に基づく可処分所得変化M_1の与える効用，これを「限界無

差別の効用」a とみなすわけである。この個人においては，限界無差別を与える所得差は，$y_2-y_1=M_1$ である。個人によって，限界無差別を与える所得差M_1の金額は異なるであろう。各個人は自分の表明したM_1を基準として，彼の所得の効用値を測定されることになる。上記の場合もし$M_1=2$万円であり，$y_3-y_1=M_2=4$ 万円であるならば，M_2に等しい所得金額に対する彼の効用単位は，限界無差別の効用 a で測ると，2単位である。別の個人がもし限界無差別を与える所得差を1万円と表明したならば，彼にとって4万円という所得金額の効用単位は4単位に等しい。そこで「限界無差別における効用はすべての人に等しい」という仮定を適用するならば，a は各人に共通の単位となり，効用は相互に比較可能となる。両個人の所得効用関数は(第2図)のように描かれる。前者がA,後者がBである。そして両個人をあわせた「社会」の所得効用関数は，両線の垂直な合計によって求められることになる。



〔第　2　図〕

この測定方法に対して少くとも3つの疑問が生じるであろう。第1は，限界無差別を感じる感覚の鈍い人と，鋭い人との相違がどうあらわれるか。第2は，レジャー選好者と，非選好者の差はどうあらわれるか。第3は，最大の問題点であり改善を要する点であるが，この方法では，貨幣の限界効用は一定と仮定されているために，線型の所得効用関数のみが導出されるのではないかという疑問である。第1の疑問に対しては，感覚の鈍い人は上記の例のAのように，より大きな所得差において，限界無差別と感じるであろう。したがって小さな所得差で限界無差別を感じる感覚の鋭い人Bよりも，所得総効用の値は，同じ所得水準で低位にあらわれる。また，所得限界効用値も，A線の緩やかな勾配が示すように，より低い値をとることは確かである。第2の疑問に対しては，レジャー選好者は，レジャー非選好者に比べて，税率tがより低い水準に下るまで，同じ労働所得を得られる就労を選好しようとしないであろう。またつね

に，同じ労働所得増加をもたらすために，より大巾の税率低下を求めるであろう。すると，

レジャー非選好者：

$U^1(S)=U^1[S(1-t_1)+\overline{w}L_1]\equiv U^1(y_1^1)$

$U^1(S)<U^1[S(1-t_2)+\overline{w}L_2]\equiv U^1(y_2^1)$

$U^1(S)<U^1[S(1-t_3)+\overline{w}L_3]\equiv U^1(y_3^1)$

レジャー選好者：

$U^2(S)=U^2[S(1-t_2)+\overline{w}L_1]\equiv U^2(y_1^2)$

$U^2(S)<U^2[S(1-t_3)+\overline{w}L_2]\equiv U^2(y_2^2)$

$U^2(S)<U^2[S(1-t_4)+\overline{w}L_3]\equiv U^2(y_3^2)$

のような行動となるであろう。但し$t_1>t_2>t_3>t_4$, $L_1<L_2<L_3$且つ$t_1-t_2<t_2-t_3<t_3-t_4$である。このとき，上側をレジャー非選好者，下側をレジャー選好者として次式が成立つ。

$$\frac{U^1(y_2^1)-U^1(y_1^1)}{U^1(y_3^1)-U^1(y_2^1)}=\frac{(t_1-t_2)S+\overline{w}(L_2-L_1)}{(t_2-t_3)S+\overline{w}(L_3-L_2)}$$

$$\frac{U^2(y_2^1)-U^2(y_1^2)}{U^2(y_3^2)-U^2(y_2^2)}=\frac{(t_2-t_3)S+\overline{w}(L_2-L_1)}{(t_3-t_4)S+\overline{w}(L_3-L_2)}$$

分子のみを比較すれば，$t_1-t_2<t_2-t_3$ の仮定から，下側の方が大きい。つまりレジャー選好者の方が，限界無差別を与える所得差がより大きい。先例の，感覚の鈍い人と同様である。しかし分母においてもレジャー選好者の方が大きい。したがって上式の比率の大小は，$(t_1-t_2)(t_3-t_4)$ と $(t_2-t_3)^2$ の大小関係に依存する。上式の比率が大であるほど，所得の効用関数の傾斜は緩やかになる。もし$(t_1-t_2)(t_3-t_4)<(t_2-t_3)^2$ならば，レジャー選好者の限界効用値は，非選好者よりも，より低位にあらわれるであろう。しかし$(t_1-t_2)(t_3-t_4)>(t_2-t_3)^2$となればその逆が成立ち，一概に傾向は決定できない。この測定方法はレジャー選好一非選好によって，測定される所得効用値に一定の方向へのバイアスを生じるものではないと言うことが出来る。

第３の問題点，この測定方法では，貨幣の限界効用が一定と仮定されているために，線型の所得効用関数のみが導出される点は確かに改善を要する。限界無差別の所得差を推定する際に，貨幣の限界効用を一定と仮定することは，その所得差は大きな値ではないから，それ自体は誤りではない。しかしこの限界無差別の所得差によって，その個人にとってのすべて所得を除して，その所得の効用値を計算するという方法をとるならば，線型の所得効用関数のみが導出されることになる。例えばある個人が１万円の所得差により，限界無差別を感じたとする。1.1万円の所得は，彼にとり1.1効用単位であるとすることは許されるかもしれない。しかしそれだからと言って，50万円の所得は50単位，100万円の所得は100単位を意味すると算出してよいであろうか。

この点に関して，久武雅夫教授は，Edgeworthは，個人の効用を測定するために「最小知覚」を用いたが，その場合，個人の所得が増加するにしたがって，最小知覚を与えるような所得差は増大すると考えていたことを示唆され，この考え方を用いて，所得水準の変化に対応する，最小知覚を与える所得差を測定しうるならば，非線型の所得効用関数は測定しうること。また「最小知覚における効用はすべての人に等しい」という仮定をおくならば，各個人の所得効用関数の垂直的な合計によって，社会的所得効用関数が得られるであろうこと。所得の分布がパレート分布や対数正規分布のように，低所得中所得の層に比重の高い分布型をしている場合には，もし個人の所得効用関数が限界効用の逓減を示すならば，社会的所得効用関数も同じ型を示すであろうこと，を数値例をもって教示された。久武教授の「最小知覚」を，Ngの「限界無差別」におきかえて考えるならば，以下に掲げる教授の数値例は，筆者の直面した第３の問題点の改善のために，貴重な示唆を含んでいる。

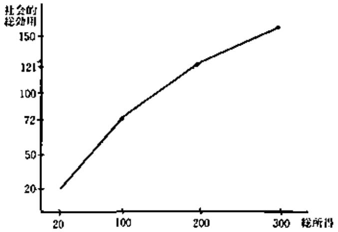
社会が２個人Ａ，Ｂより成り，個人Ａの現在所得は100万円，個人Ｂの現在所得は200万円とし，各個人は，所得水準が10万円から現在の所得にまで所得が増加するにしたがって，最小知覚を与える所得差が次のよう

に変化したとする。

A: (所　得)	(最小知覚の所得差)	(Aの所得効用値)	
10万円未満	1.0万円	10／1.0＝10単位	計　62 単 位
10～50万円	1.5万円	40／1.5＝27単位	(Aの所得100万円
50～100万円	2.0万円	50／2.0＝25単位	の効用単位数)

B: (所　得)	(最小知覚の所得差)	(Bの所得効用値)	
10万円未満	1.0万円	10／1.0＝10単位	計　92 単 位
10～50万円	1.6万円	40／1.6＝25単位	(Bの所得200万円
50～100万円	2.2万円	50／2.2＝24単位	の効用単位数)
100～200万円	3.0万円	100／3.0＝33単位	

社会的総効用値		(累　　計)
20万円未満	10＋10＝20単位	20単位
20～100万円	27＋25＝52単位	72単位
100～200万円	25＋24＝49単位	121単位
200～300万円	33単位	154単位



(第　3　図)

横軸に社会の総所得をとり，(累計)に示された社会的総効用をたて軸にとれば，社会的総効用関数は下方に凹の逓減曲線となる。これは各個人が数値例において所得効用関数が逓減を示し，且つ現在所得水準のより高い者ほど，その逓減の程度が大になっていたからである。それは「現在所得の高いほど，同じ所得の増加分(例えば50～100万円)に対して，最小知覚を与える所得差が大である」と想定されたことにあらわれている。もしこの想定の如くに最小知覚の所得差が測定されうるのであれば，久武教授の言われるように，低中所得層に比重の大きな所得分布は，社会的総効用関数の下方への凹性を保証するであろう。

A, Bのように現在，異なる所得水準にある人に，上記数値例に示され

たような，各水準の所得の増加にともなう最小知覚の所得差の変化を測定しうる方法が考案できるならば,久武教授の示唆された方法は社会的所得効用関数の推定を可能にする。しかし筆者は今，その具体的な測定方法がなお考案できない。「所得の増加にともなって最小知覚の所得差は変化する」という着想を生かして,筆者に考えられるのは次のような方法である。異なる所得水準にある人々に，同じ実験を課して，最小知覚乃至限界無差別を与える所得差を測定する。同一所得水準にある個人の数はランダムなサンプル抽出によりなるべく多い方が，その中での感受性の強弱，レジャー選好－非選好の異なる傾向が相殺される作用をもつであろう。そうして，ただ所得水準の差によって，最小知覚の所得差に有意な差違があらわれたとするならば，各所得水準を，これに対応する最小知覚の所得差で除したものが，所得効用単位であり，この値を結ぶことにより，この社会の「平均人」の個人所得効用関数が得られることになる。これに各所得水準にある人員の構成比を，たて軸の「平均人」の個人所得効用値に乗じることにより，この社会の，現存の所得分布状況における社会的所得効用関数の形は導出しうるであろう。この場合,「課すべき同じ実験」の具体的方法であるが，筆者がⅣ節の最初に提案した，公的給付と，税率変化にともなう就労との間の選択という状況設定もその方法の１つとなり得るであろう。高所得者にとっては，しかしこの状況設定はやや現実感に乏しい選択状況であるかもしれない。測定のための具体的方法はなお考案を要する。またアンケート方式のような方法は，労働集約的である上に，その結果の信頼性にも問題がある。Tinbergenの方法におけるように，既存の統計資料を用いて，その実験に対応するような推定の行なわれうる方法を考えることが必要である。この小論において，少なくとも理論的には，最小知覚乃至限界無差別を用いる基数的効用の測定は可能であり，それは個人間比較可能性をもつこと，Ⅱ節で証明された集計的社会的厚生関数と結合することによって，社会選択のパラドクスを克服しうるとともに,社会的所得効用関数の推定をも可能にする

ことを明らかにし得た。後者は，所得再分配をともなう政策結果が社会的所得総効用をいかに変化させるかの比較にも，有効に使うことができるであろう。

(1981年９月12日)

注

(1) Kemp, Murray C. and Yew-Kwang Ng, "On the Existence of Social Welfare Functions, Social Orderings and Social Decision Functions," *Economica,* 1976 Feb., pp. 59-66.

(2) Ng, Yew-Kwang, "Bentham or Bergson? Finite Sensibility, Utility Functions and Social Welfare Functions" *Review of Economic Studies,* 1975 Oct., pp. 545-569.

(3) Parks, Robert P., "An Impossibility Theorem for Fixed References: a Dictatorial Bergson-Samuelson Welfare Functions" *Review of Economic Studies,* 1976 Oct., pp. 447-450.

(4) Samuelson, P.A., *Foundations of Economic Analysis* (Harvard U.P. 1947) pp. 227-8, "Reaffirming the existence of reasonable Bergson—Samuelson Social Welfare Functions" *Economica,* 1977 Feb., pp. 81—88.

(5) 関数の定義にもとづくこの指摘，"one is enough" はMaurice McManus教授の筆者への御教示による。

(6) Little, I. M. D., "Social Choice and Individual Values," *Journal of Politcal Economy,* 1952 Oct., pp. 422-432.

(7)(8) Kemp and Ng (1976) p. 65.

(9) Kemp and Ng (1976) p. 66.

(10) Borda, J. C. de, "Mēmoire sur les élections au scrutin," *Mēmoires de l'Académie Royale des Sciences* (1781)——Ng, Y. K., *Welfare Economics,* (Macmillan, 1979) p. 128の引用による。

(11) Edgeworth, F. Y., *Mathematical Psychics* (Kegan Paul, 1881) pp. 7～, pp. 60～.

(12) Fishburn, P. C. "Intransitive Indifference in Preference Theory : A Survey," *Operations Research,* (1970 No.18) pp. 207—228.

(13) Ng, Y. K. (1979) p. 130.

(14) Ng, Y. K. (1975) p. 557.

(15) 村上雅子「分配の公正と社会的決定」,『社会科学ジャーナル』1979 No.18(1)において検討したTinbergen, J., *Income Distribution* (North Holland 1975) の効用測定方法を指す。

(16) 村上雅子「分配の公正に関する経済理論」『季刊理論経済学』1974, No.2で考察した Mirrlees (1971), Atkinson (1973), Sheshinski (1971) らの最適所得税理論はその一例である。

ON THE EXISTENCE OF BENTHAM SOCIAL WELFARE FUNCTION AND A METHOD OF UTILITY MEASUREMENT

≪ Summary ≫

Masako Murakami

The present paper was based on my inquiry into two valuable papers: Kemp, Murray C. and Yew-Kwang Ng, "On the Existence of Social Welfare Functions, Social Orderings and Social Decision Functions" (*Economica,* 1976 Feb.), and Yew-Kwang Ng, "Bentham or Bergson? Finite Sensibility, Utility Functions and Social Welfare Functions" (*Review of Economic Studies,* 1975 Oct.). Kemp and Ng (1976) have proven the theorem that we cannot construct a real valued Bergson-Samuelson SWF based only on individual orderings under a fairly mild set of assumptions, which include the assumption of Anonimity. In section I, I have shown that Kemp and Ng's theorem could be constructed more effectively by using the assumption of Nondictatorship in place of their assumption of Anonimity.

In section II, I examined the theoretical framework of Ng (1975). The central concepts used in this paper are those of "marginal indifference" and of "Weak Majority Preference Criteria (WMP)." Human beings are not infinitely discriminative. "Marginal indifference" means just unnoticeable difference. WMP is a kind of value judgement more acceptable than Majority Rule and the Pareto Criterion. WMP is defined as for any two alternatives x and y, if at least half of the people prefer x to y and no one prefers y to x, then social welfare is higher in x than in y. Ng has proven the theorem ("Summation Theorem") that assuming social welfare W is a function of individual utilities alone, i.e., $W = W(U^1, \cdots, U^n) = W(V^1, \cdots, V^n)$ and WMP is accepted, any SWF must

possess the form $W = \Sigma_{i=1}^{n} V^i$ or its positive monotonic transformation. I confirmed Ng's method in proving the theorem was reasonable. I showed that Ng had to define the coefficient of positive monotonic transformation of V^i must be the same among individuals.

In section III, I examined Ng's suggested method of measuring individual cardinal utilities. I showed that if we accept Edgeworth's "first principle" that for any individual the utility of his marginally indifferent quantity will be the same, and by setting this utility of marginal indifference as the common unit (say 1 util) of interpersonally comparable utilities, the paradox of social choice will be solved with Bentham SWF $W = \Sigma_{i=1}^{n} V^i$.

In section IV, I presented my method of measuring any individual's marginally indifferent quantity at some concrete situation. An individual will be indifferent between his getting the full amount of public assistance (S) and getting his labor income plus reduced public assistance under a particulr tax rate (t_1). If the tax rate is decreased continuously, he will reach a point where he prefers the latter to the former as the following equations show. $U^i [S(1-t_1) + WL_1]\, IU^i (S)$, $U^i [S(1-t_2) + WL_2]\, PU^i (S)$, where $t_1 > t_2$. If so, $M_1 \equiv (t_1 - t_2) S + W(L_2 - L_1)$ is his amount of marginal indifference. His utility units of any level of his income (y^i) can be measured by dividing y^i with M_1. Professor Masao Hisatake suggested to me that if we could measure the amount of marginal indifference (M_1) as being explicity different among individuals belonging to different income classes, we could estimate non-linear utility function of income by using the above method of utility measurement.