マネタリズムと貨幣数量説の再検討

井 坂 文 夫

I 序論及び結論

近年，マクロ理論モデルに政府予算制約を明示的に導入して，資産ストックの内生的変化を伴う財政・金融政策の長期的効果を分析する試みが，多数の著者によって為されている。特に，フリードマンが主張する長期的クラウディング・アウト効果の，こうしたモデルによる分析は，興味ある課題である。[1] しかしながら，この点についての従来の分析は，フリードマンの理論的枠組みや前提を殆ど考慮しておらず，フリードマンの主張の検討としては、片手落ちの感を免れなかった。小論の目的は，フリードマンが前提していたと思われる条件を満たすケインズ動学モデルを構成し、マネタリズムと貨幣数量説を検討することである。

フリードマンの貨幣数量説は，例えば，次の一節によく表わされている。

「もし利子率が貨幣需要関数に入るならば，名目所得あるいは物価水準を名目貨幣量のみから予測することは，明らかに不可能である。流通速度の数値を知るためには，利子率の知識，すなわち，間接的には，利子率に影響を与える実物的諸力についての知識が，必要となる。しかし，もし利子率が安定的であるならば，名目所得あるいは物価の変化を予測するのに利子率の知識は必要でない……。」[2]

フリードマンは、利子率が貨幣供給量や貨幣需要関数から独立に、実物面で安定的に定まると考えているようである。これを「フリードマンの前提」と呼ぶことにしよう。一般的な状況の下で，この前提が満たされ

るのは，次の二つの場合に限られる。(i)利子率が家計の時間選好率によって決まる場合，及び，(ii)資本の限界生産性によって決まる場合である。しかし，この(ii)の場合は，完全雇用で資本ストックが可変でない短期の経済でしか成立しない。なぜなら，生産者は,市場利子率を見て,資本コストと資本の限界生産性が等しくなる点まで，資本ストックを調整しようとするのであって，限界生産性をある水準に保つよう行動するのではないからである。[3]従って，フリードマンの前提が満たされる状況は，(i)の場合に限られる。

このように考えてくると，貨幣的成長に関するシドラウスキーの論文が重要な意味を持ってくる。[4]彼は，家計が貯蓄主体であり投資主体でもある経済を考え，幾つかの仮定の下に，家計の最適化行動の分析から，利子率が長期的に家計の時間選好率に等しくなることを示した。シドラウスキーのモデルを貯蓄主体と投資主体が異なる不完全雇用経済へ一般化することによって，フリードマンの前提を満たすケインズ・モデルを構成することができる。そこで，問題は次の三点に要約できる。(i)フリードマンの前提は，理論的現実的に妥当かどうか，(ii)フリードマンの前提が満たされる時，マネタリストの主張は成立するかどうか，(iii)また，貨幣数量説は成立するかどうか。小論では、(i)の検討は後の機会に譲り，(ii)(iii)について検討を加える。

なお，マネタリストの主張は，次のように要約できよう。

a．安定化政策について

1．ケインズ的安定化政策は，経済の安定化にとって，むしろ有害である。

2．名目貨幣供給量増加率を自然成長率に等しく保つ時，経済は早晩自然失業率水準（以下完全雇用水準と呼ぶ）に落ち着く。

b．政策の長期的効果について

1．財政支出の拡大は，名目貨幣量の変化を伴わない限り，名目国民所得に対して，殆ど拡張効果を持たない。

2．逆に，名目貨幣供給量の増加は，名目国民所得に対して，大きな拡張効果を持つ。

小論の主要な結論は，次の通りである。フリードマンの前提が満たされる時，(i)マネタリストの主張 b は，成立する。[5] さらに，ある条件の下で，主張 a も成立することが示される。(ii)しかし，貨幣数量説は成立しない。

II　ミクロ・モデル

我々は，家計，企業，政府の三経済主体から成り，財，貨幣，債券及び労働の四財を取引する経済を考える。債券には国債と社債があり，これらは完全に代替的であると仮定する。本節で用いる変数記号の説明は，第1表を参照されたい。

シドラウスキーと同様，次のような仮定を置く。

仮定1　家計セクターは，一定数の家計から成り，各家計は，共通の人口成長率を持つ。

仮定2　家計の構成員は，その家計内において，毎期完全に平等な資産及び所得の分配を受ける。

仮定3　個人は無限の生命を持つ。

仮定4　各家計は，共通の効用関数を持つ個人から成り，従って，家計は，各構成員の効用を極大化するように行動する。

さらに，工藤の用いた効用関数を仮定する。[6]

仮定5　第 i 家計の個人の効用関数は，

$$U_i(c_i, m_i) = \frac{1}{\gamma_i}\left(c_i^{\alpha_i} m_i^{(1-\alpha_i)}\right)^{\gamma_i},\ ただし,\ 1 > \alpha_i, \gamma_i > 0.$$

のように表わされる。[7]

期待形成について，次の仮定を置く。

仮定6　第 i 家計の個人は，$w, e, \frac{L_i}{N_i}, w_i, e_i, T_i, t, r$ について静学的期待を持つ。π は外生とし，すべての経済主体に共通であるとする。

ここで，r は，利子所得にも比例税がかかるので，

$$\frac{P_b}{P}=\int_0^{\infty}\frac{1-t}{P(0)}\exp\ (-(r+\pi)\ \tau)\,d\tau=\frac{1-t}{P(r+\pi)} \quad (1)$$

によって定義される。

第1表　変数記号

Z	家計の総数	L_i	第 i 家計で雇用されている人口
N_i	第 i 家計の人口	M_i	第 i 家計の名目貨幣計画保有量
P_b	債券の市場価格	B_i	第 i 家計の国債計画保有枚数(1枚1単位期間当り1貨幣単位が支払われる永久債)
P	一般物価水準		
w	実質賃金	B_i^f	第 i 家計の社債計画保有枚数(同上)
t	所得税率($0<t<1$)	π	物価上昇率の長期的平均値に関する予想値
m_i	$\equiv M_i/PN_i$	e	ボーナス（雇用者1人当り実質値)
b_i	$\equiv P_b B_i/PN_i$	r	税引後実質債券利回り
b_i^f	$\equiv P_b B_i^f/PN_i$	c_i	第 i 家計の1人当り実質消費
n	人口成長率$\equiv \dot{N}_i/N_i$	T_i	第 i 家計への1人当り実質移転･固定税
w_i	$\equiv wL_i/N_i$	a_i	第 i 家計の金融資産の1人当り実質計画保有量
e_i	$\equiv e\ L_i/N_i$		
τ	時間	δ_i	第 i 家計の時間選好率
c	$\equiv \frac{1}{N}\int_0^z c_i N_i di$	A_i	第 i 家計の人的資本を含む総資産
m^d	$\equiv \frac{1}{N}\int_0^z m_i N_i di$	N	自然失業率水準の雇用者数
a	$\equiv \frac{1}{N}\int_0^z a_i(0) N_i di$	m	実質貨幣残高供給量/N
T	$\equiv \frac{1}{N}\int_0^z T_i N_i di$	b	実質国債残高供給量/N
A	$\equiv \frac{1}{N}\int_0^z A_i N_i di$	b^f	実質社債残高供給量/N
L	$\equiv \int_0^z L_i di$	$x(0)$	変数 x の現在値
$\dot{x}$	$\equiv \frac{dx}{d\tau}$	$a_i(0)$	a_iの初期値(所与)
fx	$\equiv \frac{\partial f(x,y,z)}{\partial x}$		

以上の仮定によって，家計の行動は，ストック制約

$$a_i = m_i + b_i + b_i' \tag{2}$$

及び，フロー制約

$$\dot{a}_i = (w_i + e_i)(1 - t) + (r + \pi)(b_i + b_i')$$

$$-(n + \pi)(m_i + b_i + b_i') - T_i - c_i \tag{3}$$

の下での総効用

$$\int_0^\infty \frac{1}{\gamma_i}(c_i^{\alpha_i} m_i^{(1-\alpha_i)})^{\gamma_i} \exp(-\delta_i \tau) d\tau \tag{4}$$

の極大化と定式化できる。ここで，(2)は，

$$\frac{\dot{M}_i}{PN_i} + \frac{P_b \dot{B}_i}{PN_i} + \frac{P_b \dot{B}_i'}{PN_i} = (w_i + e_i + \frac{B_i}{PN_i} + \frac{B_i'}{PN_i})(1 - t) - T_i - c_i$$

を，仮定 6 及び(1)を用いて書き改めたものである。(2)にかかるラグランジェ乗数をη_i, (3)にかかるそれをλ_iとすると，オイラー方程式は，

$$\frac{\partial U_i}{\partial c_i} = \lambda_i, \quad \frac{\partial U_i}{\partial m_i} = \lambda_i(n + \pi) + \eta_i, \quad \lambda_i(r - n) = \eta_i, \quad \frac{\dot{\lambda}_i}{\lambda_i} = \delta_i - \frac{\eta_i}{\lambda_i}$$

横断性条件は，

$$\lim_{\tau \to \infty} a_i \lambda_i \exp(-\delta_i \tau) = 0$$

となる。以下，$r + \pi > 0$，従って，$\frac{\partial U_i}{\partial c_i}, \frac{\partial U_i}{\partial m_i} > 0$ と仮定する。オイラー方程式より，

$$\frac{\dot{c}_i}{c_i} = \frac{\dot{m}_i}{m_i} = \frac{\delta_i - (r - n)}{\gamma_i - 1} \tag{5}$$

を得る。制約式(3)を積分し，横断性条件及び(2)(5)を用いると，$r - n > 0$, 及び$\delta_i > \gamma_i(r - n)$ の仮定の下で，実質貨幣需要関数

$$m_i(0) = \left(\frac{\gamma_i(r - n) - \delta_i}{r + \pi}\right)\left(\frac{1 - \alpha_i}{\gamma_i - 1}\right) A_i \tag{6}$$

及び，実質消費需要関数

$$c_i(0) = (\gamma_i(r - n) - \delta_i)\left(\frac{\alpha_i}{\gamma_i - 1}\right) A_i \tag{7}$$

$$A_i = a_i(0) + \frac{(w_i + e_i)(1-t)}{r-n} - \frac{T_i}{r-n} \tag{8}$$

を得る。[8] 家計は，予想がはずれる限り，毎期計画を修正するので，マクロ・モデルにとっては，現在の計画値(6)(7)のみが意味を持つ。なお，毎期予想が実現しているならば，(5)をマクロ・モデルでも用いることができる。以下，(6)(7)(8)の現在値を示す(0)は省略する。

最後に，ケインズ・モデルでは，通常，集計の際，次の様に仮定する。

仮定 7　所得・資産の家計間での再分配効果はゼロである。

補題　(6)(7)(8)では，仮定 7 は，$\alpha_i, \gamma_i, \delta_i$ が全家計について等しいという仮定と同値である。

証明　$\dfrac{\partial(m_i N_i)}{\partial(A_i N_i)} = \dfrac{\partial(m_j N_j)}{\partial(A_j N_j)}$，　$\dfrac{\partial(c_i N_i)}{\partial(A_i N_i)} = \dfrac{\partial(c_j N_j)}{\partial(A_j N_j)}$

が，全ての $r-n>0$ について成立するという条件より，$\alpha_i = \alpha_j$, $\gamma_i = \gamma_j$，$\delta_i = \delta_j$ が導かれる。逆は，明白である。▮

我々は，自然失業率は一定であると仮定する。従って，$\dfrac{\dot{N}}{N} = n$ であり，総人口の代りに N をスケールパラメーターとすることができる。仮定 7 と補題により，マクロの実質貨幣需要関数

$$m^d = \left(\frac{\gamma(r-n)-\delta}{r+\pi}\right)\left(\frac{1-\alpha}{\gamma-1}\right) A = l(r, \pi) A \tag{9}$$

及び，マクロの実質消費需要関数

$$c = (\gamma(r-n)-\delta)\left(\frac{\alpha}{\gamma-1}\right) A = x(r) A \tag{10}$$

$$A = a + \frac{(w+e)(1-t)L}{(r-n)N} - \frac{T}{r-n}$$

$$= m + b + b' + \frac{(w+e)(1-t)L}{(r-n)N} - \frac{T}{r-n} \tag{11}$$

を得る。[9] なお，

$$l_r=\frac{\delta+\gamma(\pi+n)}{(r+\pi)^2}\left(\frac{1-\alpha}{\gamma-1}\right)<0 \tag{12}$$

$$l_\pi=\frac{\delta-\gamma(r-n)}{(r+\pi)^2}\left(\frac{1-\alpha}{\gamma-1}\right)<0 \tag{13}$$

$$x_r=\frac{\gamma\alpha}{\gamma-1}<0 \tag{14}$$

である。

ここで，長期均衡に関する次の定理を導く。長期均衡は,後に厳密に定義するが，ここでは，人々の予想が完全に実現し，$\dot{m}=0$ となる状態と，仮りに定義しておく。

定理１　長期均衡における r は, $\delta+n$ に等しく, あらゆる政策変数から独立となる。(もし，長期均衡が存在し，安定ならば。)

証明　$\dot{m}=\dot{m}^d=0$ と(5)より,

$$\dot{m}^d=\frac{d}{d\tau}\int_0^z m_i\frac{N_i}{N}di=\int_0^z \dot{m}_i\frac{N_i}{N}di=\int_0^z\left(\frac{\delta-(r-n)}{\gamma-1}\right)\frac{m_iN_i}{N}di$$

$$=\left(\frac{\delta-(r-n)}{\gamma-1}\right)m^d=0$$

よって，$r=\delta+n$. ▮

定理１は，シドラウスキーが貨幣の長期的中立性命題を導く時，鍵となっていた定理である。しかし，後に示すように，我々のモデルでは，貨幣の中立性命題は成立しない。

Ⅲ　マクロ・モデル

我々は，完全競争の下で，ネット・キャッシュ・フローの割引現在価値を極大化するように行動する企業を考える。資本ストックの調整には時間がかかるものとするが，調整コストを明示的に導入することはしない。[10]企業は，r, t, w について静学的期待を持つものとし，π は外生とす

る。政府の政策行動については，次節で定義する。本節で用いる変数記号の説明は，第２表を参照されたい。

第２表　変数記号

Y	実質国民所得	b	$\equiv P_b B/PN$	ρ	$\equiv \dot{P}/P$
K	資本ストック	b'	$\equiv P_{b'} B'/PN$	σ	名目賃金上昇率
B	国債残高(枚数)	y	$\equiv Y/N$	θ_1	$\equiv \dot{M}/M$
B'	社債残高(枚数)	u	資本コスト	θ_2	$\equiv \dot{B}/B$
k	$\equiv K/L$	i	$\equiv \dot{K}/N$	f'	$\equiv \dfrac{df(x)}{dx}$
k^*	$\equiv K/N$	g	実質政府支出/N		

集計的生産関数

$$Y = F(K, L)$$

は，一次同次であるとし，これを，

$$y = \frac{k^*}{k} f(k) \tag{15}$$

と書く。完全競争の仮定より，雇用量は，現在の資本ストックを所与として，

$$w = f(k) - k\, f'(k) \tag{16}$$

より決まる。資本ストックは，投資関数

$$\dot{K} = \beta(f'(k) - u)K \qquad (\beta > 0)$$

より決まる。我々のモデルでは，企業の資金調達には，自己資金による方法と，社債を売却する方法とがあるが，いずれの方法も企業にとっては無差別である。と言うのは，いずれの方法の場合も，

$$\int_0^\infty f'(k)\exp(-u\tau)d\tau > 1$$

の時，投資を行うのが有利となるからである。そこで，企業の資金調達

は，すべて社債により行われるものと仮定する。従って，社債は，

$$\dot{K}=\frac{(1-t)}{P(r+\pi)}\dot{B}'$$

に従って増減する。この式は，実現値に関する式である。u は，

$$\frac{P_b}{P}=\int_0^\infty \frac{1}{P(0)}\exp(-(u+\pi)\tau)\,d\tau$$

で定義される。上式より，

$$u=\frac{r}{1-t}+\frac{t\pi}{1-t} \tag{17}$$

である。すなわち，資本コストは，税引前の実質利子率である。投資関数及び資金調達制約式は，それぞれ次の様に書き直すことができる。

$$i=\dot{k}^*+nk^* \tag{18}$$

$$\dot{k}^*=\beta(f'(k)-u)k^*-nk^* \tag{19}$$

$$i=\dot{b}'+b'\left(\frac{\dot{r}}{r+\pi}+\rho+n\right) \tag{20}$$

最後に，企業利潤は，すべてボーナスとして，雇用者に平等に分配されるものとする。従って，e は，

$$y=\frac{wL}{N}+\frac{eL}{N}+\frac{B'}{PN}$$

より残差として決まる。これを(11)に代入して，次式を得る。

$$A=m+b+b'-\left(\frac{r+\pi}{r-n}\right)b'+\frac{y(1-t)}{r-n}-\frac{T}{r-n} \tag{21}$$

政府の予算制約式は，

$$\dot{m}+\dot{b}=g+(r+\pi)b-ty-T-m(\rho+n)$$
$$-b\left(\frac{\dot{r}}{r+\pi}+\rho+n\right) \tag{22}$$

と書ける。$\dot{m}+\dot{b}=0$ の時，政府収支は，均衡にあると言うことにする。定義より，

$$\frac{\dot{m}}{m}=\theta_1-\rho-n \tag{23}$$

$$\frac{\dot{b}}{b}=\theta_2-\frac{\dot{r}}{r+\pi}-\rho-n \tag{24}$$

である。(22)(23)(24)で，政策変数は，g, t, T, θ_1, θ_2であるが，このうち少なくとも一つは，(22)により，内生変数となる。

財市場の均衡条件は，

$$y=c+i+g \tag{25}$$

貨幣市場の均衡条件は，

$$m=l(r, \pi)A \tag{26}$$

である。労働市場については，自然失業率仮説によるフィリップス曲線を仮定する。

$$\sigma=h\left(\frac{k^*}{k}-1\right)+\pi \qquad (h>0) \tag{27}$$

最後に，定義により，次式を得る。

$$\frac{\dot{w}}{w}=\sigma-\rho \tag{28}$$

(10)，(15)～(28)の15式から，c, w, u, i, k, k^*, b, A, m, b, y, r, σ, ρ の14変数及びg, t, T, θ_1, θ_2 のうちの一変数が定まる。[11]

Ⅳ　安定化政策について

本節では，ケインズ的安定化政策と，マネタリスト的政策の動学的安定性について分析する。

ケインズ的政策とマネタリスト的政策を以下の様に定義する。

定義　mを一定に保ちつつ，gによって完全雇用を維持する政策を，(ケインズ的) 財政政策(1)と呼ぶ。

定義　rを一定値($\bar{r}$)に保ちつつ，gによって完全雇用を維持する政策を，(ケインズ的) 財政政策(2)と呼ぶ。

定義　θ_1 の適当な操作によって完全雇用を維持する政策を,（ケインズ的）金融政策と呼ぶ。

定義　θ_1 及び θ_2 を n に常に等しく保ち，政府収支は，Tで調整する政策を，マネタリスト的政策と呼ぶ。

ケインズ的政策は，短期的には完全に有効であると想定する。財政政策(1)では「純粋な」財政政策の意味を, mを一定に保つということで定義し，財政政策(2)では，rを一定に保つということで定義した。財政政策(1)(2)では，g, θ_1, θ_2 が，金融政策では，θ_1, θ_2 が，マネタリスト的政策では，Tが，それぞれ内生変数となる。

以下の定理2～定理4で，我々は，n=0, π=0の時，ケインズ的政策の体系が,「カミソリの刃」の上にあることを示す。すなわち，ケインズ的政策の短期的有効性は，その長期的安定性を，必ずしも意味しない。これに対し，定理5では，n=0, π=0のとき，マネタリスト的政策が安定であることを示す。本節の結果は，Ⅰに要約したマネタリストの主張のaが，n=0, π=0の時，成立することを示す。

1　財政政策(1)

$$k = k^* \tag{29}$$

が常に満たされるようにgが毎期調整され，$\dot{m}=0$ を満たすように θ_1 が毎期調整されるものとする。(10)(15)(17)(18)(19)(21)(25)(26)(29)より導かれるy, r, gの瞬時均衡値を，

$$
\begin{aligned}
y &= F^1(k^*, m, b, b', \pi, t, T)\\
r &= H^1(k^*, m, b, b', \pi, t, T)\\
g &= g^1(k^*, m, b, b', \pi, t, T)
\end{aligned}
\tag{30}
$$

とする。[12]

(16)(17)(19)(20)(22)(27)～(30)及び(30)の第二式を時間について微分した式より，k^*, b, b' に関する三本の微分方程式を得る。この微分方程式体系は，さらに，n=0, π=0という条件の下で, k^* とbのみに関する微分方程式体系と，k^*, b, b' に関する一本の微分方程式とに分離できる。長期均衡（$\dot{k}^*=\dot{b}=\dot{b}'=0$）

の近傍で線型近似すると，前者の微分方程式体系は，

$$A_1 \begin{pmatrix} (\dot{k^*-\overline{k^*}}) \\ (\dot{b-\overline{b}}) \end{pmatrix} = B_1 \begin{pmatrix} k^*-\overline{k^*} \\ b-\overline{b} \end{pmatrix} \tag{31}$$

但し，

$$A_1 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -(m+b)\phi(k^*)+\dfrac{bH^1{}_{k^*}}{r} & 1+\dfrac{bH^1_b}{r} \end{pmatrix}$$

$$\phi(k^*) \equiv -\frac{k^* f''(k^*)}{f(k^*)-k^* f'(k^*)} > 0$$

$$B_1 \equiv \begin{pmatrix} \beta k^*(f''-\dfrac{H^1_{k^*}}{1-t}) & -\beta k^* \dfrac{H^1_b}{1-t} \\ g^1_{k^*}+bH^1_{k^*}-tF^1_{k^*} & g^1_b+bH^1_b-tF^1_b+r \end{pmatrix}$$

となる。後者の微分方程式は，

$$\dot{k}^* = \dot{b}' + b' \left(\frac{H^1_{k^*}\dot{k}^* + H^1_b \dot{b}}{r} - \phi \dot{k}^* \right)$$

である。k^*とbが長期均衡に収束するならば，この式から，b'も一定値に収束する。

定理 2　$n=0, \pi=0$ の時，財政政策(1)の下で長期的に政府収支を均衡させ，インフレもしくはデフレを収束させるためには，適切な所得税の変更が必要である。

証明　(31)で行列式に関する安定条件は，

$$|A_1^{-1} B_1| = \frac{|B_1|}{|A_1|} > 0 \tag{32}$$

となる。ところが，

$$|A_1| = 1 + \frac{bl}{r\left\{\dfrac{l}{r}(A-m-b)-l_r A\right\}} > 0$$

$$|B_1| = \beta k^* f'' \frac{\{(r-x)l_r A + l(x_r - (A-m))\}}{\left\{ l_r A - \frac{l}{r}(A-m-b) \right\}}$$

で，(10)と定理1より，長期均衡では，

$$r - x = (1-\alpha) r > 0$$

ゆえ，$|B_1|$は負である。従って，(32)は満たされない。長期均衡は鞍点となり，(16)(27)(28)(29)より，

$$\phi(k^*)\dot{k}^* = \pi - \rho = -\rho$$

ゆえ，k^*のプラスへの発散は，インフレと対応している。従って，政府収支を均衡させ，インフレまたはデフレを収束させるためには，tないしTの適切な変更によって，安定な時間径路を，初期点を通るようにシフトさせなければならない。[13] ▮

2　財政政策(2)

財政政策(1)と同様にして，(29)を満たす様にgが，$r = \bar{r}$を満たすようにθ_1，従って，mが，それぞれ毎期調整されるものとする。(10)(15)(17)(18)(19)(21)(25)(26)(29)より導かれるy，m，gの瞬時均衡値を

$$\begin{aligned} y &= F^2(k^*, b, b', \pi, t, T) \\ m &= m^2(k^*, b, b', \pi, t, T) \\ g &= g^2(k^*, b, b', \pi, t, T) \end{aligned} \tag{33}$$

とする。[14]

動学体系は，$r = \bar{r}$より，k^*についての微分方程式

$$\dot{k}^* = \beta\left((f'(k^*) - \frac{\bar{r}}{1-t} - \frac{t\pi}{1-t}\right)k^* - nk^* \tag{34}$$

と，b, b', k^*についての二本の微分方程式とに分離できる。後の二本の微分方程式は，さらに，$n=0$，$\pi=0$の仮定の下で，bとk^*についての微分方程式

$$\begin{aligned} m^2_{k^*}\cdot\dot{k}^* + m^2_b\dot{b} + \dot{b} &= g^2(k^*, b) + \bar{r}b - tF^2(k^*, b) \\ &\quad - T + (m^2(k^*, b) + b)\phi(k^*)\dot{k}^* \end{aligned} \tag{35}$$

と，b'とk^*についての微分方程式

$$\dot{k}^* = \dot{b}' - b'\phi(k^*)\dot{k}^* \quad (36)$$

とに分けられる。

定理３　$n=0$，$\pi=0$の時，財政政策(2)の下で長期的に政府収支を均衡させるためには，$\bar{r}=\delta$とすることが必要である。インフレあるいはデフレは，やがて収束する。

証明　(34)は，明らかに，ローカルに安定である。(34)でk^*が長期均衡値に収束するとき，(36)からb'も一定値に収束する。しかし，(35)からbは，一般に，一定値へ収束するとは限らない。k^*, b'が定常状態にあるとき，家計にとって所与の変数は全て定常状態にあるので，(5)が満たされており，もし$\bar{r}>\delta$ならば，$\dot{m}>0$。このとき，

$$\dot{m} = m_b^2 \dot{b}$$

$$m_b^2 = \frac{l}{1-l} > 0$$

ゆえ，$\dot{b}>0$。$\bar{r}=\delta$ならば，$\dot{m}=\dot{b}=0$である。定理２と同様，

$$\phi(k^*)\dot{k}^* = \pi - \rho = -\rho$$

ゆえ，ρは，k^*が長期均衡値へ収束するとき，ゼロへ収束する。∎

3　金融政策

(29)を満たすようにθ_1が，従ってmが，毎期調整されるものとする。定理２とほぼ同様にして，(9)(10)及び定理１を用いて，次の定理を証明することができる。

定理４　$n=0$，$\pi=0$の時，金融政策の下で長期的に政府収支を均衡させ，インフレもしくはデフレを収束させるためには，所得税ないしは政府支出の適切な変更が必要である。∎

定理２の場合と同様，長期均衡点は鞍点となるので，t，Tあるいはgの適当な変更によって，安定な時間径路を，初期点を通るようにシフトさせなければならない。

4　マネタリスト的政策

マネタリスト的政策は,

$$\theta_1 = \theta_2 = \mathrm{n} \tag{37}$$

によって定義された。π は, 長期均衡における物価上昇率と等しいものと仮定する。これは, π の定義に照らして, 合理的期待形成の仮定と呼ぶことができよう。(10)(15)(17)(18)(19)(21)～(26)(37) より導かれるy, r, k, Tの瞬時均衡値を,

$$\begin{aligned} y &= F^4(k^*, m, b, b', \pi, t, g) \\ r &= H^4(k^*, m, b, b', \pi, t, g) \\ k &= G^4(k^*, m, b, b', \pi, t, g) \\ T &= T^4(k^*, m, b, b', \pi, t, g) \end{aligned} \tag{38}$$

とする。瞬時均衡のローカルの安定の必要十分条件は,

$$\dot{y} = \lambda^{41}(c + i + g - y) \qquad (\lambda^{41} > 0)$$

$$\dot{r} = \lambda^{42}(m^d - m) \qquad (\lambda^{42} > 0)$$

として, 限界支出性向が1より小さい時, 次のようになる。

$$\Delta_4 \equiv \beta k^* f''\left(l_r A - \frac{l}{r-n}(A-m)\right) + \left(\frac{y}{k^*} - f'\right)$$

$$\times \left\{ l_r A - \frac{\beta k^* l}{(r-n)(1-t)} + \frac{A}{r-n}(l x_r - x l_r) - \frac{l}{r-n}(A-m) \right\} < 0 \tag{39}$$

(16)(17)(19)(20)(23)(24)(27)(28)(38)及び(38)の第二・三式を時間について微分した式より, k^*, m, b, b'に関する四本の微分方程式を得る。ここで $n = 0$, 従って, $\pi = 0$ と仮定し, 長期均衡点の近傍で線型近似すると, この体系は, k^*, m に関する二本の微分方程式と, k^*, m, b'に関する微分方程式, 及び k^*, m, b に関する微分方程式の三つの部分に分離できる。第一の体系は, ,

$$A_4 \begin{pmatrix} (k^* - \bar{k}^*)^{\cdot} \\ (m - \bar{m})^{\cdot} \end{pmatrix} = B_4 \begin{pmatrix} k^* - \bar{k}^* \\ m - \bar{m} \end{pmatrix} \tag{40}$$

但し,

$$A_4 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \phi G^4_{k^*} & \phi G^4_m - \dfrac{1}{m} \end{pmatrix}$$

$$B_4 \equiv \begin{pmatrix} \beta k^*\left(f'' G^4_{k^*} - \dfrac{H^4_{k^*}}{1-t}\right) & \beta k^*\left(f'' G^4_m - \dfrac{H^4_m}{1-t}\right) \\ \dfrac{h}{k^*}(1-G^4_{k^*}) & -\dfrac{h}{k^*} G^4_m \end{pmatrix}$$

となる。第二の微分方程式は，

$$\dot{k}^* = \dot{b}' + b'\left(\frac{H^4_{k^*}\dot{k}^* + H^4_m \dot{m}}{r} - \frac{\dot{m}}{m}\right) \tag{41}$$

第三の微分方程式は，

$$\frac{\dot{b}}{b} = -\frac{H^4_{k^*}\dot{k}^* + H^4_m \dot{m}}{r} + \frac{\dot{m}}{m} \tag{42}$$

となる。k^*とmが長期均衡値へ収束するならば，(41)(42)からb', bも，一定値へ収束する。

定理5　$n=0$ $(\pi=0)$の時，マネタリスト的政策は，長期的に政府収支を均衡させ，インフレないしデフレを収束させる。

証明　(40)が安定の必要十分条件を満たすことを示す。トレースは，

$$\mathrm{trace}(A_4^{-1}B_4) = -\left(\phi G^4_m - \frac{1}{m}\right)^{-1}$$

$$\times\left[\frac{\beta k^*}{m}\left(f'' G^4_{k^*} - \frac{H^4_{k^*}}{1-t}\right) + \frac{\beta k^* \phi}{1-t}\left(G^4_m H^4_{k^*} - G^4_{k^*} H^4_m\right) + \frac{h}{k^*} G^4_m\right]$$

となる。(9)(10)(12)(14)と定理1及び，

$$(x_r l - l_r x)A = \alpha(1-\alpha)A$$

を用いて，

$$G^4_m H^4_{k^*} - G^4_{k^*} H^4_m = 0 \tag{43}$$

となることが示される。さらに，(39)によって，

$$G^4_m = \frac{1}{\Delta_4}\left\{\left(x_r A - \beta k^* \frac{1}{1-t}\right)(l-1) - x\left(l_r A - \frac{A-m}{r}\right)\right\} < 0$$

$$f'' G^4_{k^*} - \frac{H^4_{k^*}}{1-t} = \frac{f'' y}{\Delta_4 k^*} = \left(l_r - \frac{(1-\alpha)^2}{r}\right) A < 0$$

となることが示される。よって，

$$\mathrm{trace}(A_4^{-1}B_4) < 0$$

である。一方，行列式は，

$$|A_4| = \phi G_m^4 - \frac{1}{m} < 0$$

$$|B_4| = -\beta h\left[f'' G_m^4 - \frac{H_m^4}{1-t} + \frac{1}{1-t}(H_m^4 G_{k^*}^4 - H_{k^*}^4 G_m^4)\right]$$

ここで，(43)と

$$f'' G_m^4 - \frac{H_m^4}{1-t} = -\frac{\alpha f''}{\Delta_4}\{(x_r + r l_r)A - (A - m)\} > 0$$

より，

$$|B_4| < 0。$$

よって，

$$|A_4^{-1}B_4| > 0。$$

mが長期均衡へ収束するから，(23)よりρはゼロへ収束する。∎

V　政策の長期的効果

Iで要約したように，マネタリストとケインジアンの相違の一つは，gの増加が長期均衡のyに影響を与えるかどうか，ということであった。一方，貨幣的成長論の課題の一つは，θ_1の上昇が長期均衡のyに影響を与えるかどうか，与えるとすれば，どの方向へか，ということであった。本節では，長期均衡の性質を分析する。

長期均衡解は，

$$y = x(r)A + nk^* + g \tag{44}$$

$$m = l(r\pi)A \tag{45}$$

$$A = m + b + b' - \left(\frac{r+\pi}{r-n}\right)b' + \frac{y(1-t)}{r-n} - \frac{T}{r-n} \tag{46}$$

$$y = f(k^*) \tag{47}$$

$$\beta\left(f'(k^*)-\frac{r}{1-t}-\frac{t\pi}{1-t}\right)=n \tag{48}$$

$$g+(r+\pi)b-ty-T-m(\rho+n)-b(\rho+n)=0 \tag{49}$$

$$nk^*=b^f(\rho+n) \tag{50}$$

$$\theta_1=\rho+n \tag{51}$$

$$\theta_2=\rho+n \tag{52}$$

$$\pi=\rho \tag{53}$$

で与えられる。以下では，$\theta_1\theta_2$のいずれか一方，もしくは両方が外生である場合について分析する。従って，ρは，(51)もしくは(52)から決まり，(53)は，合理的期待仮説によってπが決まることを示す。[15]

長期均衡のk^*は，(48)から，r, π及びtのみによって決まる。ここで，rは，定理1により$\delta+n$に等しいから，結局k^*は，tと外生であるθ_1のみにより定まり，その他の変数から独立となる。(47)(48)(51)(52)(53)より，

$$\frac{\partial y}{\partial t}=\frac{(r+\pi)f'}{(1-t)^2f''}<0 \tag{54}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \theta_1}=\frac{tf'}{(1-t)f''}<0 \tag{55}$$

従って，次の定理が成り立つ。

定理6　長期均衡における雇用者1人当り実質国民所得は，政府支出，固定税，及び一回限りの公開市場操作から独立であり，貨幣供給増加率あるいは所得税率の引き上げによって，減少する。

なお，定理6で固定税に関する命題は，定理1が妥当しなくとも成立する。

定理6は，従来の幾つかの研究と対照的な結果を導いている。第一に，定理6では，シドラウスキーの場合と異なり，tがゼロでない限り，貨幣の中立性は成立しない。これは，定率所得税のため，資金供給者の貸出利子率と，資金需要者の借入利子率との間に，乖離が生ずるからである。(17)で，定理1により，貸出利子率は$\delta+n$に固定されるので，θ_1が

上昇したときは，物価上昇率の上昇分を埋め合わせるため，借入利子率が上昇しなければならない。このため，k^*，従って，yは，減少する。この結果は，一方，トービンの結論と逆になっている。[16]トービンの場合，貯蓄主体と投資主体を分離していないので，yへの効果は，θ_1の貯蓄性向への効果に依存する。これに対し，我々のモデルでは，yへの効果は，貯蓄性向への効果と直接関係はなく，長期均衡利子率への効果にのみ依存する。

第二に，定理6は，バローの定理が，比例税については，成り立たないことを示している。[17]バローの主張は，次の様に要約できよう。(i)人々は，国債の利子支払いのために将来にわたる課税が行なわれることを予知し，この税負担を負債として評価する。(ii)そのような状況では，財政政策は，有効でない。ここで，バローの言う財政政策とは，国債と課税の瞬時的「交換」であると考えられる。バローの場合と同様，我々のモデルでも，tの変化は，直接的には，長期均衡における資産効果を生じることはないけれども，バローの場合と異なり，主体間の実質利子率に乖離を生ぜしめる。このため，バローの定理は成立しないのである。

第三に，定理6は，財政政策の長期的効果に関する従来の多くの論文の結論が成立せず，マネタリストの主張が成立することを示している。[18]また，一回限りの公開市場操作についても，従来の幾つかの論文と異なる結果を導いている。[19]

次に，長期均衡における家計セクターの効用フロンティアーに対する効果を分析しよう。一般に，政策変数Sについて，

$$\frac{\partial c}{\partial s} < 0 \quad \text{かつ,} \frac{\partial m}{\partial s} < 0$$

である場合，sの増加は，効用フロンティアーを縮少する。

定理7　政府支出の増加は，効用フロンティアーを縮少する。

証明　定理6より，$\dfrac{\partial y}{\partial g} = \dfrac{\partial k^*}{\partial g} = 0$　ゆえ，(44)より

$$\frac{\partial c}{\partial g} = -1 < 0.$$

(10)より，$\frac{\partial A}{\partial g} = -\frac{1}{x}$ゆえ，(45)より，

$$\frac{\partial m}{\partial g} = -\frac{l}{x} < 0. \quad \blacksquare$$

定理８　所得税率の引き上げは，効用フロンティアーを縮少する。

証明　(44)と(54)より，$\frac{\partial c}{\partial t} = \left(1-\frac{n}{f'}\right)\left(\frac{r+\pi}{(1-t)^2}\right)\frac{f'}{f''}.$　ここで，(48)より

$$f' - n = \frac{r}{1-t} + \frac{t\pi}{1-t} + \frac{n}{\beta} - n > r - n + \frac{n}{\beta} > 0$$

よって，$\frac{\partial c}{\partial t} < 0$。

一方，$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{1}{x}\frac{\partial c}{\partial t}$　ゆえ，

$$\frac{\partial m}{\partial t} = l\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{l}{x}\frac{\partial c}{\partial t} < 0. \quad \blacksquare$$

定理７，８から，政策的介入は，できるだけ少ない方がよいことがわかる。これも，マネタリストの主張に合致する結果と言えよう。しかし，次の定理は，最適貨幣供給増加率が存在しないことを示している。[20]

定理９　貨幣供給増加率の引き上げは，効用フロンティアーを縮少する。

証明　(44)(55)より，

$$\frac{\partial c}{\partial \theta_1} = \left(1-\frac{n}{f'}\right)\left(\frac{t}{1-t}\right)\frac{f'}{f''} < 0.$$

一方，

$$\frac{\partial m}{\partial \theta_1} = l\pi A + l\frac{\partial A}{\partial \theta_1} = l\pi A + \frac{l}{x}\frac{\partial c}{\partial \theta_1} < 0. \quad \blacksquare$$

Ⅵ 貨幣数量説

前節までに示したように，我々のモデルからマネタリスト的結論を導くことが可能であった。しかし，我々のモデルでは，貨幣数量説の基本命題は成立しない。ここで，貨幣数量説の基本命題とは，流通速度Ｖが極めて安定的であるという命題である。(21)

定理10 流通速度Ｖは，長期均衡において安定的ではない。

証明 $m^d \equiv Vy$ とすれば，$V=\dfrac{l(r,\pi)A}{y}$。長期均衡では，

$$\frac{\partial V}{\partial g} = l\frac{A}{y}\left\{\frac{1}{A}\frac{\partial A}{\partial g}-\frac{1}{y}\frac{\partial y}{\partial g}\right\} = -\frac{l}{xy}<0$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = l\frac{A}{y^2}\left(\frac{r+\pi}{(1-t)^2}\right)\frac{f'}{f''}\left\{\frac{y}{xA}\left(1-\frac{n}{f'}\right)-1\right\}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_1} = l\frac{A}{y^2}\left(\frac{t}{1-t}\right)\frac{f'}{f''}\left\{\frac{y}{xA}\left(1-\frac{n}{f'}\right)-1\right\}$$

$\dfrac{\partial V}{\partial t}$ も，$\dfrac{\partial V}{\partial \theta_1}$ も，一般にゼロとは限らない。従って，Ｖは，安定的ではない。∎

（1980年10月31日）

注

(1) Friedman, M.,"Comments on the critics," *Journal of Political Economy*, 80, 1972, pp. 906-950.

(2) Friedman, M.,"Interest rates and the demand for money," *Journal of Law and Economics*, 9, 1966, pp. 71-85の76頁より引用。

(3) 尤も，フリードマン自身は，(ii)の場合を想定している節がある。

(4) Sidrauski, M., "Rational choice and patterns of growth in a monetary economy," *American Economic Review*, 57, 1967, pp. 534-544.

(5) 我々は，成長経済の分析を行うので，ｂの命題中，名目貨幣（供給）量は，名目貨幣供給量増加率と読み替えることにする。

(6) Kudoh, K.,"A note on the consumption function in monetary theory," *Journal of Money, Credit and Banking*, 7, 1975, pp. 117-121.

(7) m_iは，貨幣の「非貨幣的サービス」を表わすため，U_iに含まれている。

(8) 詳しい解法は，Kudoh, *op. cit.* 参照。

(9) α, γ, δ のサブスクリプトi は，以下省略する。

(10) 我々の投資関数は，Jorgenson, D.W.,"Capital theory and investment behavior," *American Economic Review*, Proceedings, 53, 1963, pp. 247-258 のそれとほぼ同じである。

(11) 我々のモデルの様に，新古典派的供給と，ケインズ的需要とを，リンクさせたモデルは，数多い。例えば, Modigliani, F.,"Liquidity preference and the theory of interest and money," *Econometrica*, 12, 1944, pp. 45-88,；Modigliani, F.,"The monetary mechanism and its interaction with real phenomena," *Review of Economics and Statistics*, 45, 1963, pp. 79-107,；Turnovsky, S. J., *Macroeconomic Analysis and Stabilization Policy*, Cambridge University Press, Cambridge, 1977 等。

(12) 瞬時均衡は，

$\dot{g} = \lambda^{11}(y-(c+i+g)) \qquad (\lambda^{11}>0)$

$\dot{r} = \lambda^{12}(m^d-m) \qquad (\lambda^{12}>0)$

として，安定であることを示すことができる。

(13) 国債調達の体系が不安定になる可能性は，Christ, C.F.,"Some dynamic theory of macroeconomic policy effects on income and prices under the government budget restraint,"*Journal of Monetary Economics*, 4, 1978, pp. 45-70 及び，Christ, C.F., "On fiscal and monetary policies and the government budget restraint," *American Economic Review*, 69, 1979, pp. 526-538 などでも指摘されている。

(14) 瞬時均衡は，

$\dot{g} = \lambda^{21}(y-(c+i+g)) \qquad (\lambda^{21}>0)$

$\dot{m} = \lambda^{22}(m^d-m) \qquad (\lambda^{22}>0)$

として，安定であることを示すことができる。

(15) θ_1が外生でθ_2が内生の体系が安定ならば，θ_2が外生でθ_1が内生の体系は不安定であり，逆に，θ_2が外生でθ_1が内生の体系が安定ならば，θ_1が外生でθ_2が内生の体系は不安定である。

(16) Tobin, J.,"Money and Economic Growth," *Econometrica*, 33, 1965, pp. 671-684.

(17) Barro, R.J.,"Are government bonds net wealth ?," *Journal of Political Economy*, 82, 1974, pp. 1095-1117.

(18) Blinder, A.S. and R.M. Solow, "Does fiscal policy matter ?," *Journal of Public Economics*, 2, 1973, pp. 319-337.
Christ (1978), *op. cit.* 及び Christ (1979), *op. cit.*
Turnovsky, *op. cit.*
Infante, E.F. and J.L. Stein, "Money-financed fiscal policy in a

growing economy," *Journal of Political Economy*, 88, 1980, pp. 259-287.

(19) Blinder, A.S. and R.M. Solow, "Does fiscal policy still matter? A reply," *Journal of Monetary Economics*, 2, 1976, pp. 501-510. Christ (1978), *op. cit.* 及び Christ (1979), *op. cit.*

(20) 消費財で計った貨幣サービスの価値を含む総消費額で評価するならば，これを極大にするθ_1を導くことはできる。しかし，定理9から明らかなように，この評価方法は，正しい厚生基準ではない。

(21) Friedman, M., "The quantity theory of money: a restatement," in: Friedman, M., ed., *Studies in the Quantity Theory of Money*, University of Chicago Press, Chicago, 1956.

A RE-EXAMINATION OF MONETARISM AND THE QUANTITY THEORY OF MONEY

≪ Summary ≫

Fumio Isaka

Recently, numerous authors have studied the over time effects of fiscal and monetary policy, explicitly introducing the government budget restraint into their models. Especially, it is an interesting subject to investigate the crowding out effect in the long run, to which Friedman adheres strongly, with the aid of these models. However, since none of the authors have paid any attention to Friedman's theoretical framework nor premise, we find some one-sidedness in their analysis to serve as the re-examination of Friedman's assertion.

The purpose of this paper is to construct a Keynesian macroeconomic model satisfying the condition which Friedman seems to presuppose to hold, and to re-examine the validity of monetarists' assertions and the quantity theory of money.

Our major conclusions under "Friedman's premise" are as follows.

1) Some monetarists' assertions do hold, and addition of certain conditions will assure that most of them hold.
2) However, the quantity theory of money cannot be established.