

数学教育における ハイパーテキスト化教材に関する研究

A Study of Hypertext-Materials in Learning and Teaching Mathematics

——図形領域の概念の関連性を生かした教材開発
The Development of Geometrical Materials
Through the Relationship of Mathematical Concept

鈴木 貴士 SUZUKI, Takashi

● 東京学芸大学大学院連合学校教育学研究科

The United Graduate School of Education Tokyo Gakugei University



ハイパーテキスト, 概念の関連性, 教材, 数学教育

Hypertext, The Relationship of Mathematical Concept,
The Geometrical Materials, Mathematics Education

ABSTRACT

Many schools, elementary, junior high and high school, have tried to use the network in school subjects (e.g. Internet, Local Area Network and Space Collaboration System), and have researched the effectiveness of that approach in Japan. In Mathematics education, some teachers and researchers have constructed web based materials, and have used them in the mathematics class of some schools. However these attempts do not show the influence and interaction between students and the materials, between other students, and between teachers and students.

Therefore, this research focuses on collaborative learning and the interaction of a small student group in the mathematics class of the junior high school, and shows how to construct or link hypertext frames. We developed the hypertext material of junior high school geometry, especially that including the Java applet. Moreover, we plan hypertext material for collaborative work in the junior high school mathematics class, and attempt to clarify the influence of some interactions through the hypertext material in class.

1. 研究の背景

高度情報通信社会の現代においては、多くの情報があふれている。それはテレビ、ラジオ、インターネット、新聞、書籍、雑誌などの多くの媒体によって発信されている音声や文字、画像、動画などの様々な情報が時間と共に増加していることを指している。この情報量に対して人間が記憶できる情報量には限界があり、情報量と記憶量の間には大きな隔たりが生じていると指摘されている。また、情報はそれ自身では有効なものとして蓄積されるのではなく、加工されたものが知識に変換されることにより人間にとって有効なものとなる。そのため、知識として蓄積しやすくするためにも、情報同士をいかに関連づけながら蓄積していくかが重要になる。

学校教育においては、新しい学習指導要領の中で「自ら学び、自ら考える力などの『生きる力』の育成」が示されている。特に算数・数学教育においては、基礎・基本を確実に定着させることや、自らが課題を見つけて学び、問題を解決していく態度の育成が求められている。現代社会においてこのような態度の育成を考えた場合、各教科や各学年での学習内容、また日常生活の中にあるものを教材として活用することが重要になると考える。多くの情報の中から、自らの興味や関心をもとにして、現在学習していることと関連した課題を見つけ、それに取り組むことが上記のような態度の育成につながると考えるからである。

近年、算数・数学教育においては、コンピュータの利用に関する研究が数多く報告されている。中でも、教材のデータベース化やウェブの利用、教材のハイパーテキスト化に関する研究報告は増えてきている。しかしながら、上記のような態度の育成を目的としてハイパーテキスト化教材を授業で用いる方法に関する研究は数少ない。

そこで本研究では、コンピュータ及びハイパーテキスト化教材の教育的利用研究を通して、ハイパーテキスト化教材が授業における子供達の主体的な学習を支援し、その学習においてどのような影響を与えるのかを明らかにするものである。

2. 研究の目的

以上のことから本研究では、コンピュータ、特にハイパーテキスト化教材の教育的利用の研究を通して、以下の2つを研究目的とした。

- (1) ハイパーテキスト化教材との相互作用を通して、反省的思考を促すこと
- (2) 生徒同士、生徒と教師、さらに生徒と教材のそれぞれの相互作用を通じて、コラボレーション能力を高めること

以上の2つの目的から生徒の興味関心をもとにした主体的学習を支援することを明らかにするものである。

3. 先行研究

3.1 コンピュータ及びハイパーテキストの教育的利用の変遷

中学校学習指導要領（文部省、1999）においても述べられているように、授業を通して子供たちが自ら課題を見つけ、筋道を立てて論理的に表現する能力や、自らの考えを深めていくといった態度を育成することが数学教育における重要な課題であると考えられる。そこで、コンピュータ及びハイパーテキスト化教材が、どのような関わり方をすることによってこの課題を解決することができるのかを検討する必要があると考える。

そこでまず、日本国内におけるコンピュータ、及びハイパーテキストの教育利用の歴史的流れ、そしてハイパーテキストの授業における利用形態について以下でまとめる。

3.1.1 歴史的変遷

1970年代

国内において、パソコンの心臓部であるマイクロプロセッサは1971年に開発が行われた。当時のコンピュータの利用は、コンピュータで何を行うことが出来るのかを模索していた時代として捉えることが出来る。これ以降技術革新により現在

のコンピュータへと移行していくこととなる。コンピュータの教育利用が本格化したのは、アメリカで起こったスキナーの「プログラム学習理論」が提唱されることから始まった（石本，1988）。これにより，習熟度別による学習の自動化や効率化を目的とした CAI (Computer Assisted Instruction) に関する研究が徐々に行われていくようになった。また，数学教育にもマイコンを利用した CAI が導入され，学習の習熟度に焦点を当てて研究が進められた（鈴木，1999）。しかし CAI は，学習の自動化や個別化を目的としたもので，学習の相互作用は生まなかった（町田，2001）。

この時期におけるコンピュータの利用は，教える道具としてのコンピュータという役割が大きかったといえる。

1980 年代

日本では徐々にコンピュータの開発や小型電卓の利用がされるようになってきた。多くのコンピュータメーカーがコンピュータの開発を行うと同時に，CAI の開発に参入するようになった（石本，1988）。学校教育においては，コンピュータを扱う教員が増えていったこともあり，BASIC を用いて教師によってプログラムされた教材が用いられるようになった。しかし，現在のようにコンピュータルームが整備されていたわけではないため，自らがコンピュータを教室に持ち込んで授業を行うというものであった。

数学教育においては 1983 年に ICMI が開催（於東京）され，翌 1984 年には ICME-5 が開催された。ここでは，それまで開発の中心であった「指導に重点を置いた CAI」に対して，「学習に重点を置いた，学習の立場を強調した CAL (Computer Assisted Learning)」が提唱された。従来の CAI は「概念の解説，問題提示，解答待ち，採点・評価，強化，分岐」を繰り返したチュートリアル形式で学習が進んでいくものであった。一方，CAL は学習者がモニターを通してグループで話し合いながら問題を解決し，課題を理解するという授業を目指したものであった（石本，1988）。ICME-5 においては，教師・生徒・コンピュータによるグループダイナミクスに焦点が当てられ，教室における

コンピュータを媒介としたコミュニケーション，またコンピュータとの相互作用について研究されるようになった（町田，2001）。

教室におけるコンピュータの利用により，生徒間のコミュニケーションを媒体として学習者自らが考えを表現する道具，またコミュニケーション媒体としてのコンピュータの利用が徐々に行われていった。

1990 年代以降

このころには学習指導要領の改訂が行われた。特に中学校においては情報基礎，高等学校の数学 A，数学 B，数学 C のそれぞれにはコンピュータの関連した単元が組み込まれるようになった。そして BASIC による 10 数行ほどで動作する小さなプログラムが教科書に取り入れられた。新学習指導要領において「新学力観」が提唱されることで，それまでの知識受容型の学習が見直され，「学習者の主体性を重視する教育」，「個性を生かし，自己教育力を育てる指導法の開発」が求められるようになった。これに伴い，コンピュータの利用形態も変わっていった。第 1 には，知識理解，技能習熟型のコンピュータの利用から自己表現の道具として，学習者の発想を引き出し学習者同士のコミュニケーションを促すための利用が改めて検討されるようになったこと。第 2 には，ノンプログラミング型の教材作成ツールやソフトウェアの出現により，教師，学習者ともに簡単に自作教材が作れるようになった（町田，1995）ことである。その後 ICME-7 (1992) においては Interactive（相互作用）の研究，また ICME-8 (1996) においては社会数学的規範など，学習者同士とコンピュータに関する相互作用や学習活動の行いやすい教室環境ということについて研究が行われてきた（町田 (c)，1998）。

1990 年代後半になると，これまでのコンピュータを単体として利用するような研究からインターネットや学内 LAN など，ネットワーク環境下における利用に関する研究が数多く行われるようになった（鈴木，1999）。特に，印刷メディアとしてのテキストからハイパーテキストを用いた e-book や電子テキストに関する研究，協同的探求学習（コ

ラボレーション) やインターネットを利用した遠隔教育・遠隔学習などの研究が行われるようになった。

少人数によるコンピュータの利用が授業において行われるようになり、これまで以上に学習者同士のコミュニケーションや、コンピュータと学習者の相互作用を促す協同的探求学習(コラボレーション)におけるコンピュータの活用が行われるようになったと考えられる。

学習者が自らの学習を深め、他者に表現するということは、学習者同士の相互作用によって行われるものであり、それはお互いに話し合いながら具体的に教材を操作したり、またコミュニケーション活動を通して行われるものであると考える。こうした活動はコラボレーションによる学習活動として捉えることができる。

授業におけるコンピュータの利用は、生徒たちが考えていても口に出して表現しなかったことを、コンピュータを用いてお互いにコミュニケーションをとりながら自発的に表現することができる環境の中で用いられるべきであると考えられる。特にハイパーテキスト化教材は、既に述べているように振り返りの学習がしやすいことや具体的な操作画面を含むことができるという観点から、学習者と教材の相互作用、また学習者同士の相互作用を高めることなどができると思われる。このような理由から、ハイパーテキスト化教材は授業におけるコラボレーション活動の中で用いられることが有効ではないかと考える。

3.2 ハイパーテキストとは何か

ハイパーテキストは、従来の一次元的な情報を多次元的に行われる人間の思考に近い形で情報を表現するために作られた方法である。人間の記憶が連想的・階層的に整理されていることに着目し、一次元的な情報をこうした思考に近い形で表現するために、情報同士を関連づけて表現する方法である(Horn (a), Horn (b), Nielsen, Dunlap)。以下ではその具体的な機能や特徴などについて述べる。

ハイパーテキストとは、コンピュータによってサポートされるもので、多次元的な新しい文書作成のための方法論である。そのため、ハイパーテキスト化されたものは印刷されたテキスト(文章)と比較すると非線形的構造を持ち、それ自身の構造や作成者の制限を受けることなく、利用者の基準(興味や関心など)によって自由に情報を取り出すことができる。また全ての学習過程を統制しているCAIとは異なり、関連した文章や図同士を互いにリンクさせることにより、利用者が自由にそのリンク内を行ったり来たりすることができる。

3.2.1 ハイパーテキストの機能

ハイパーテキストの重要な機能としてはノード、リンク、ボタンがあげられる。ノードとは情報の固まりを表すもの(Dunlap 1996, p79)で、ウェブブラウザでは一つのページに相当するものをフレームと呼ぶことが多い。本研究ではウェブブラウザではハイパーテキスト化教材を作成するため、ノードのことをフレームとして扱い研究を行う。ハイパーテキストでは、1つのフレームで膨大な量の情報を含んでいるものもあれば、幾つかのフレームの集合によって情報を構成する場合もある。

リンクとは、情報を物理的・概念的に統合することである(Dunlap 1996, p80)。図1では矢印がリンクを示している。リンクの種類としては、同一フレーム内の2つのテキストを結ぶもの、あるフレームと別のフレームを結ぶもの、フレームの索引や目次などがある。Grabinger (1996) や Horn ((a), 1995) らが示すような直線的・線形的リンクや階層的リンク、複合的リンクといった方法がその具体的なリンクの方法である。

ボタンとは、ハイパーテキストまたは図や文章、アニメーションなどほかのメディア内の特定の場所を示している(Horn 1995, p9)もので、リンクを具体的に表現したものである。ボタンの種類には、矢印や“進む”、“戻る”といった言葉によるもの、また具体的な絵などを用いたアイコンによるものがある。ユーザーは、こうしたボタンをマウスやキーによって操作することで別のフレームやフレーム内の別の場所に移動できる。

図 1 を通して上述した内容を次のようにまとめることが出来る。A から F はそれぞれのフレームを示し、この 6 つのフレームにそれぞれの情報が示されている。本研究においては、1 つのフレームには文章による情報や図、写真などが含まれる。次に、各フレームから出ている矢印はリンク先を示している。例えば、フレーム A からはフレーム B、フレーム D、フレーム E の 3 つのフレームに移動することが可能である。フレームによっては、移動先が 1 つしかない場合や複数のフレームに移動できるように構成される場合もある。上述したように、移動できる先は必ずしも別フレームである必要性はなく、フレーム内のほかの場所にも移動できるようにリンクを張ってもかまわない。このようなリンクを張った場合、ほとんどが画面を上下にスクロールさせることになるため、フレームの下の方にある情報を見ている場合、フレームのはじめの情報を見ることが出来ないという問題が起こる。そこで本研究で用いるハイパーテキスト教材では、子供達が簡単な操作で自分にとって必要な情報を素早く選択できるようにするため、画面のスクロールを行わないように 1 つのフレームを構成する。

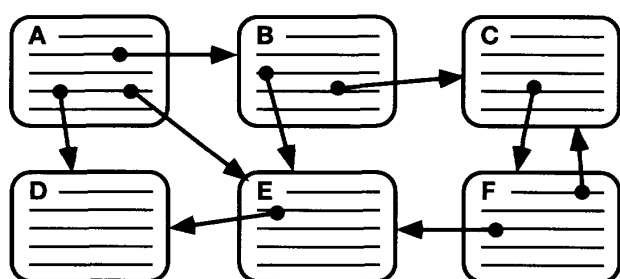


図 1：ハイパーテキストの構造 (Nielsen, 1990)

このように、ハイパーテキストでは互いに関連した情報を、線形的・直線的リンク、関係性によるリンク、階層的リンク、時系列リンクなど (Horn (a) 1995, p27) によって、情報を構成することが出来る。しかし、様々な情報をどのような関連によってリンクさせればよいのかという問題が生じる。

まず、(1) 階層的なリンクでは、示されている情報について深めたり別の関連した情報を探すなど、より具体的なパスを与えることができる。しかし学習者の混乱、つまり“迷子の状況”が引き起こされやすい (Kommers, 2003)。次に (2) 線形的 (直線的) リンクでは、教授的、チュートリアル的なアプローチを特に支援するが、学習者の知識構成を抑えてしまう (Kommers, 2003)。さらに、次々とフレームを“クリックして無目的に進んでしまう”という可能性が考えられる。そこで (3) 振り返りの学習 (反省的思考) や興味・関心によって子供達が自由に学習を進める際には、学期や学年枠、また科目の枠を超えてリンクを張った教材が必要になる。最後に (4) 授業者達が、1 時間の授業で用いた教材を相互にリンクさせたり、これまでの授業で活用してきた教材を 1 つのデータベースとして構築するためには、教材の関連性によって直線的に、また階層的・時系列的にもリンクさせる必要がある。

このような状況を踏まえ、以下ではハイパーテキストでの情報の多次元構造化について述べる。

3.3 インフォメーションマッピング法による情報の構成

3.3.1 情報の多次元構造化とリンク

情報をハイパーテキスト化する際に用いられる方法として、インフォメーションマッピング法が上げられる。インフォメーションマッピング法とは、情報を分析・構成し、順序立てて構造化していく際の体系的なアプローチである (Horn (b) 1995, p14)。インフォメーションマッピング法は、人間の短期記憶や長期記憶に基づいている。そのため、学習者の理解を助けるためにあらかじめ情報をインフォメーションブロックと呼ばれる小さな情報の固まりにグループ分け (チャンク) する必要がある。

1 つのブロックを作る場合、次の 4 つの原則が上げられる。チャンキングの原則、ラベル付けの原則、一貫性の原則、関連性確保の原則の 4 つの原則である。チャンキングの原則は、すべての情

報を小さな情報に区切ることを意味し、ラベル付けの原則は1つのチャンクがどのような内容を示しているのかわかるようにラベル付けをすることを意味する。一貫性の確保は同じようなテーマについて扱う場合には、同様の構成・ラベルなどを用いることを意味している。そして最後の関連性の確保は、1つのブロックにおいては1つの内容を扱うことを表している (Horn (a), Horn (b), 1995)。

こうした方法により、それぞれのハイパーテキスト化教材のフレームを構成し、子供達が自らの目的や興味・関心に基づいて必要なフレームを検索し、それぞれの学習を進めることが出来るようにすることが重要になる。

以上の原則で表された情報だけでは、情報を構成しきれない場合に用いられるのがマップという概念である (Horn (b) 1995, p40)。上述したような原則に従って1つのブロックを作成したものが、インフォメーションブロックと呼ばれる。さらに、ある主題に基づいてインフォメーションブロックを集めたものがインフォメーションマップである (Horn (b) 1995, p42)。

このマッピング法を用いることにより、地図が具体的な地形をあらわしているように、マップ上のブロックのつながりを見ていくことで、教材が全体としてどのような構造になっているのか、その関連性が明らかになる。つまりハイパーテキスト化教材においては、さまざまな概念がどのようなつながり、全体でどのような概念が関連しているのかが明らかになると考える。

数学教育で用いるハイパーテキスト化教材を構成するには、この方法だけでは十分とはいえない。上記の方法においては、多くの情報を収集し、一定の原則に基づいてより高度に情報を構造化 (例：マニュアル、ホームページなど) し、さらにハイパーテキスト化することは十分可能である。しかし、授業を考えた場合、そこにどのような概念が含まれるかを分析しなくてはならない。そのため上記の原則とは別に、細かく概念や教材の関連性について分析を行う必要がある。

3. 4 特性要因図を用いた概念の関連性分析

1時間の授業で用いるハイパーテキスト化教材を作成する際には、1つ1つのフレームにどういった内容を構成するかが問題になる。その構成の際に必要なとなるのが、概念の関連性分析である。以下ではいくつかの概念の関連性分析についての手法に関して説明を行い、さらに本研究で用いる特性要因図に関してその具体例を示す。

概念の関連性を分析し表現する方法には概念地図法、親和図・連関図、特性要因図といった方法があげられる。概念地図法は主として授業において子供がどのように概念を理解し、整理しているのかを表現させる手段として用いられている。一方、親和図・連関図、特性要因図はいずれも企業における品質管理活動や総合的品質管理において用いられる方法である。

概念地図法とは、事物と事物、考え方と考え方、あるいは人と人との間に成り立っている関係について、我々がどのようにそれらを理解しているのかを探るものである。特に一連の授業の内容に含まれている語句を用いて、生徒がそのつながりを地図化する方法である。論文体のテストなどでは表現されない生徒の理解している概念や情報を引き出すもので、生徒が認識しているトピックの構造やリンクのあり方に対して特に焦点が当てられている。ここで明らかにされるのは、構成要素である複数の概念の間に、生徒がどのような関係を認めているかということである。

親和図・連関図とは、未来の事柄や混沌としている現状認識状態から、事実・推定・予測・発想・意見など言語データの間の親和性によってデータを統合し、問題を明確にしてその構造や本質を捉えるものとされている。ここから解決すべき問題の因果関係を明確にし、今後の新しい発想を狙う手法である。連関図の具体的な例を図2で示した。この連関図は、原因探索、不具合を起こす原因の明確化、原因同士の関連と重要項目の絞り込み、そして手段の展開を示す際に用いられるものである (大野, 2001) とされている。

同じように親和図の具体的例を図3・4で示した。

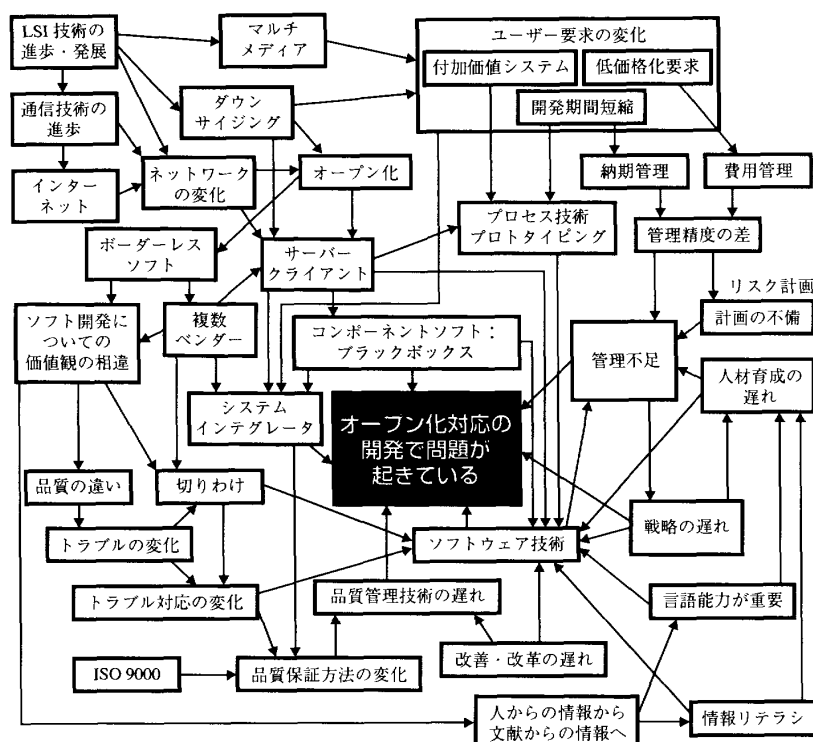


図2：連関図とは（大野，2001）

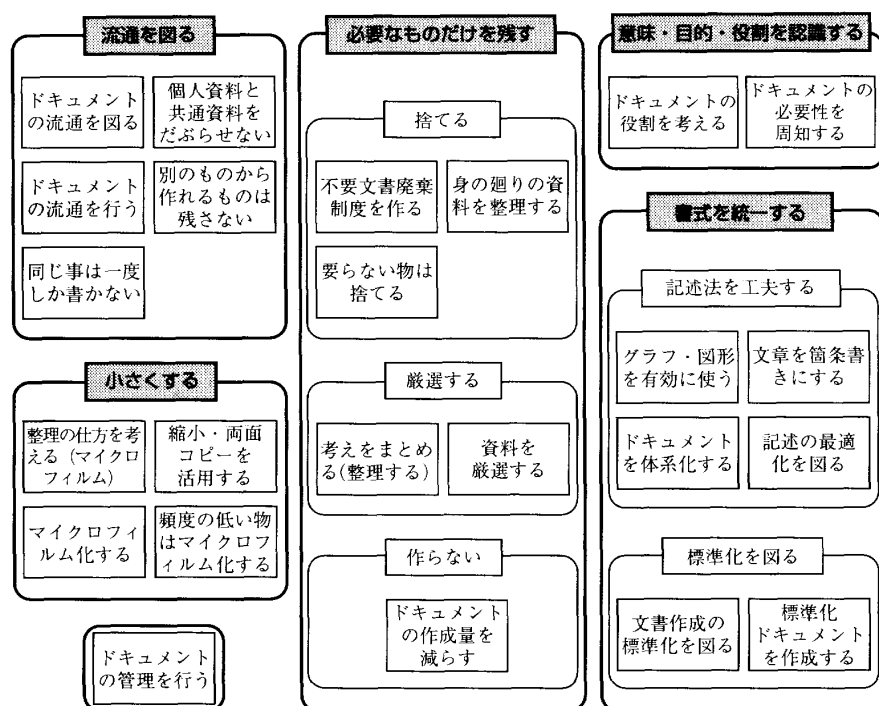


図3:「ドキュメントを減らす工夫」に関する親和図(大野, 2001)

親和図は問題形成や概念形成に有効とされており、主として次のような場面で使うものとされている。まず問題形成の場面においては、事実を構造的につかむ（事実認識）、考えをまとめる（概念形成）

ために、また組織形成の場面においては、チームワークを育てる（相互理解）ためや方針の徹底（方針徹底）のために用いる（大野，2001）とされている。

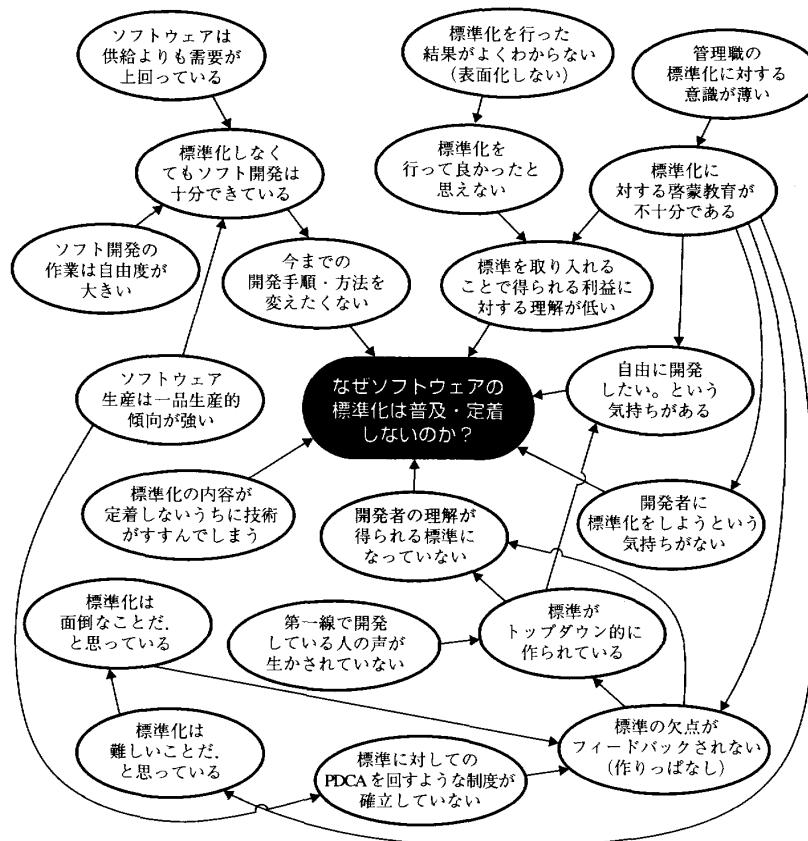


図4：「ソフトウェアの標準化の普及・定着」に関する親和図（大野，2001）

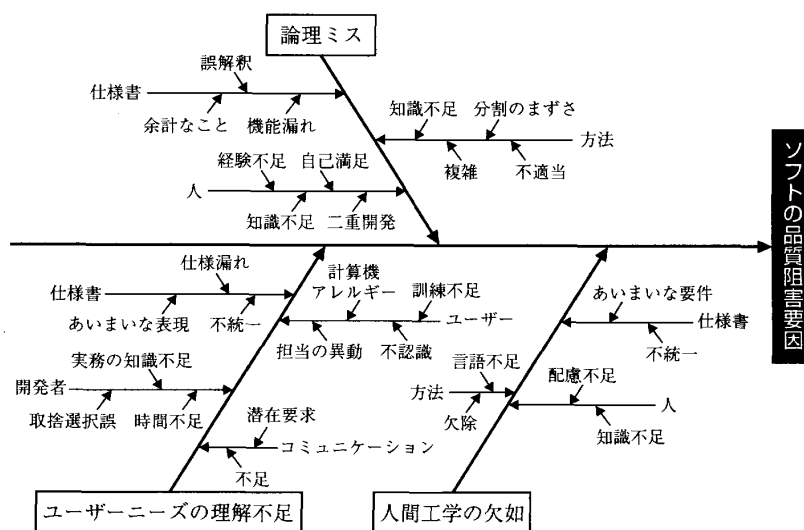


図5：「ソフトウェアの品質管理阻害要因」に関する特性要因図（大野，2001）

特性要因図とは要因（原因）と特性（結果）の因果関係を追及するために作成される図（大野，2001）のことである。目的達成までに関わる多くの特性を魚の骨の形状のように表現し、主要な要因とサブ的な要因とに分けて分析し、その関連性を中骨、小骨、孫骨によって表現するものである。ここで中核となる概念は、「因果関係」と「木（ツ

リー）構造」である（大野，2001）。特性要因図はその構造上、人間の思考過程を直感的に視覚化することができ、因果関係が明らかになりやすいという特徴をもっている。特性要因図は、改善・解析用、管理用、品質管理、教育用などに用いるもので、斜めの矢印の元にある大項目を決定し、中項目から小項目へと要因を抽出していく。

ハイパーテキスト化教材の1つのフレームを考えた場合、現在表示されているフレームの学習内容により近い学習内容のフレームがどれかを確定し、その関連性を分析することが必要となる。この分析が教材間の関連性分析である(町田, 2000)。しかし、これは次のように考えることが出来る。1つのフレームは数学の概念がどのように関わっているかを分析し、それをもとに作成される。これを繰り返し行いながら、1つの教材を構成していく。しかしどのフレーム間において内容的に近いのかを分析するということは、フレームを構成する段階での数学概念の関連性の分析であると考ええる。

本研究では、いくつかの分析方法の中から課題の提示からその目的・ねらいに至る過程において、どのような概念が関わっているのかを分析する必要がある。さらにそれを視覚化しその関連の様子が見えやすいものとして、特性要因図を用いて教材に関わる概念の関連性分析を行う。

3.5 ハイパーテキストの授業における利用形態と相互作用

学習形態を学習単位である学習者の構成規模及び学習方法から考えた場合、一斉学習、グループ学習、個別学習の3つに分類することが出来る(水越, 熱海, 1995)。こうした学習形態の中で、どのようにハイパーテキストを有効に活用することができるのか、特にグループ学習におけるハイパーテキストの活用に関心を当て以下で考察する。

一斉学習は、効率よく全体の学力を向上させる学習形態であるが、その中で学習者の興味・関心・意欲・態度を培い、個性の伸長をはかるためには学習形態の工夫が必要である(水越, 熱海, 1995; 石本, 1988)とされている。グループ学習は学習者相互の緊張感や親近感との調和のもとで、学習意欲が高まり学習内容が効率よく焦点化される傾向にある(水越, 熱海, 1995)とされている。その反面、学習者個人個人に対して課題意識を持ち、学習を進める方策・手段に仮説や見通しを持たせ、学習の動機付けを行うことが重要になる

(水越, 熱海, 1995)。このグループ学習においては、理解できている者がそうでない者に教えるというコミュニケーション活動を通して、グループ全体が助け合うこと、また構成員それぞれが助け合うことにより課題達成が行われる。こうした過程はグループ学習における相互作用として捉えられている(水越, 熱海, 1995; Webb, 1982)。これまで授業におけるコンピュータの利用形態は、1台のコンピュータで状況を説明するものや、1人に1台のコンピュータを配置したCAIとしての利用形態が多かった。前者は一斉授業での活用であり、後者は個別学習の中での活用である。どちらの場合においても、学習者同士また、教師と学習者における上記のような相互作用は起こりうるが、それらはグループ学習における相互作用ほど高くないと考える。また、グループ学習における教師の関わり方は次の図で示される。

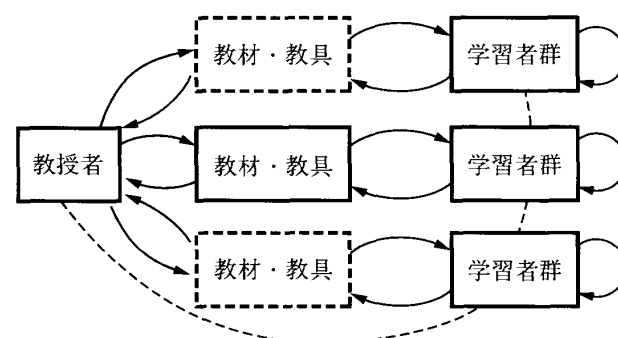


図6：教授学習システムの概念図(水越, 熱海, 1995)

学習者数人で構成されるグループ間の相互だけでなく、そのグループ内における情報の発信などが教材・教具及び、教授者を通して行われる(水越, 熱海, 1995)。ハイパーテキスト化教材を用いた授業を考えた場合、子供達が教材とのやりとりを行ったり、子供達同士でコミュニケーションをとることで課題に取り組むことが出来る。

学習者同士の相互作用、教師と学習者同士の相互作用については上記の通りである。では学習者と教材の相互作用はどのように捉えることが出来るのか。テキストや図、具体的な操作画面などを、JAVAやVisual Basicなどでプログラムしたものをハイパーテキスト化教材に組み込むことにより、

教材と学習者、学習者同士、さらに学習者と教師間における相互作用が可能となる (Dye, 2000)。これは、アニメーションが自動的に図形の変化などを示すこととは異なり、生徒が具体的な操作を行った分だけ変化が起こり、その変化の様子を子供達に伝えるのである。これが教材と学習者との相互作用であると考ええる。

4. 教材のハイパーテキスト化

4.1 本研究で用いる教材

本研究で用いる課題及び、ねらいは以下の通りである。この問題は、多くの授業実践や教材研究において、図形を回転したときの性質を見つけ出すことや、三角形の合同に焦点が当てられている。その際用いられるのが作図ツールである。そこでは子供達が、実際に図形を描いたり動かすといった具体的な操作によって性質を見つけ出し、証明を行う場合が多い。しかしここでは、問題を解くという活動から、様々な数学の性質や概念を見つけ出しそれを活用して子供自身がそれぞれの問題設定を行うことで、数学の事象を現実に役立つものとして捉えることが出来るのではないかと考える。

そこで本研究では、三角形の図形の回転操作による性質の発見をもとにして、その性質を問題化するという授業を考える。ハイパーテキスト化教材には、これまで学習してきた内容を組み込むことが出来る。そうした内容を子供達が参考にしながら、お互いのコミュニケーション活動を通して、自らの問題を作り上げることに焦点を当てた。

・対象： 中学校第3学年

・ねらい：

- (1) $\triangle CBE$ を点 C を中心に回転させたときの、変わらない性質を探索させる
- (2) 上記の探索を通して、生徒が協調して課題設定にあたる体験を持たせる

・題材： 図7 参照

課題 1

「まず線分 AB をひきます。次に線分 AB 上に点 C をとります。そして AC , CB をそれぞれ1辺とする正三角形を線分 AB について同じ側に作ります。出来上がった正三角形をそれぞれ ACD , CBE とし、また AE と BD の交点を F とします。さらに AE と CD の交点を G , CE と BD の交点を H とします。

では点 C を中心として $\triangle CBE$ を回転させたとき、この図形の中で変わらない性質をあげなさい。」

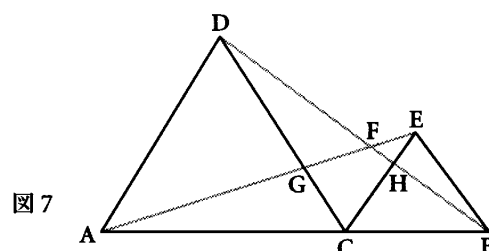


図7

課題 2

「課題1で見つけた「変わらない性質」を1つ選び、問題を作りなさい。」

ここでは、図形を操作する過程の中での生徒同士のコラボレーションを通して、「動いても変わらない性質」の探究と、その性質を問題化することをねらいとした。

そこで、子供たちに本課題を提示したときの具体的な図形操作によって、どのような性質を発見するのかを考える。まず、静的な図形として捉えた場合に発見されるであろう性質について、次に $\triangle CBE$ を点 C を中心に回転させた場合、さらに点 C を線分 AB 上で動かした場合の3つの場合について考察した。

4.1.1. 図形を動かさない場合

図7から辺の相等について考えてみると、2つの三角形は共に正三角形であるため各辺が等しいことがあげられる。更に角の相等について見ていくと $\angle AGD$ と $\angle EGC$, $\angle AGC$ と $\angle EGD$, $\angle AFD$ と $\angle EFB$, $\angle AFB$ と $\angle EFD$, $\angle CHD$ と $\angle EHB$, $\angle CHB$ と $\angle EHD$ が対頂角であるため等

しいことや、 $\angle DCE = 60^\circ$ であることがあげられる。更に $\angle ADC = \angle ECD = 60^\circ$ であることから $AD \parallel CE$ ，また $\angle BEC = \angle DCE = 60^\circ$ であることから $BE \parallel CD$ といった平行になる条件について気がつく。また平行線の性質としては $\angle DAE = \angle CEA$ ， $\angle CDB = \angle EBD$ ， $\angle DGE = \angle BEG$ が錯角として等しくなる，などの性質にも気がつくと考えられる。こうした角・辺の相等や平行線の性質などを用いることによって，更なる段階として三角形の合同や相似に関して，以下のような仮説が子供の中から引き出されるのではないかと考える。

- (1) $\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ は合同になるのではないかな
- (2) $\triangle DGF$ と $\triangle BEF$ ， $\triangle DCH$ と $\triangle BEH$ ，また $\triangle AGD$ と $\triangle EGC$ はそれぞれ相似になっているのではないかな
- (3) $\angle AFD$ は何度になるのだろうか
- (4) $\triangle CBE$ を点 C を中心に回転させたとき， $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$ は常に成り立つだろうか (図 8, 9 参照)，また，どんなときに成り立たないのだろうか
- (5) 点 C を線分 AB 上を動かしたとき，点 F はどのような線上を動くかなどが考えられる。

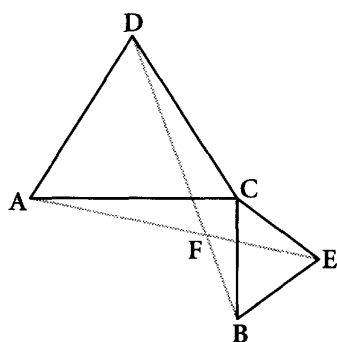


図 8

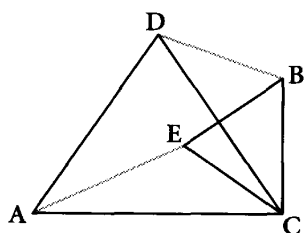


図 9

4. 1. 2 $\triangle CBE$ を点 C を中心に回転させた場合

点 C を中心として $\triangle CBE$ を回転させたとき，この図形の中で動いても変わらない性質と動くときと変わる性質について考察すると以下ようになる。

まず図形の回転と共に変わる性質には次のようなものがあげられる。辺について見てみると，辺 AE と辺 DB とは共に $\triangle CBE$ の回転によって長さが変化する。次に角度についてみてみると， $\angle DCE$ ， $\angle ACE$ ， $\angle AEB$ ， $\angle AEC$ ， $\angle CAE$ などの角度の変化がみられる。

次に動いても変わらない性質について考察すると次のことが考えられる。辺について見てみると， $\triangle ACD$ と $\triangle CBE$ の各辺の長さは変化しない。また角度についても $\triangle ACD$ と $\triangle CBE$ のそれぞれの角は回転によって変化しない性質である。交点 F は，常に $\triangle ACD$ に外接する円の円周上を動く。この性質から， $\angle AFD$ は常に 60° となり， $\angle EFB$ はその対頂角であることから同様に 60° となることがわかる。この2つの性質から $\angle AFB$ は常に 120° であることもわかる。更に合同や相似について着目することによって， $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$ ， $\triangle CBH \sim \triangle EFH$ ， $\triangle ACG \sim \triangle DFG$ を発見できるのではないだろうか。

4. 1. 3 点 C を線分 AB 上で動かした場合

点 C を線分 AB 上で動かした場合，上記と同じように変わる性質，変わらない性質にはどのようなものがあるのか以下にまとめた。

まず変わる性質としては，点 C の移動によって $\triangle ACD$ と $\triangle CBE$ のそれぞれの辺の長さが変化することがあげられる。また，線分 AE と線分 BD の長さもそれぞれ変化することがわかる。

変わらない性質としては，辺の位置関係や角度に着目した場合に $AD \parallel CE$ ， $BE \parallel CD$ が常に成り立つことや2つの正三角形のそれぞれの角が 60° であること， $\angle DCE = 60^\circ$ ， $\angle AFB = 120^\circ$ であることに気がつくと考えられる。点 F に着目すると，点 A B を通る円の円周上を動くことが予測される。合同については， $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$ があげられる。また相似について考えた場合には， $\triangle DGF \sim \triangle BEF$ ， $\triangle CDH \sim \triangle EBH$ ， $\triangle ADG \sim \triangle ECG$ ， \triangle

ACGの△FDG, △BCHの△FEHなどに気がつくのではないだろうか。

上記のうち本研究では、点Cを回転させる場合についてのみ教材化を行う。しかし、教材に様々な発展的な課題をリンクさせる場合には、上記3つ目の場合と同様に図形をどのように操作させるかを考慮し、子供が発見する課題について考察する必要がある。

4.2. 本教材のハイパーテキスト化

すでに述べたような多くの性質や様々な仮説を子供たちから導き出し、それを“どのように検証するか”という授業を考える。あらかじめ、授業者が本時の授業で扱う内容に関連し、さらに学年枠を超えているような教材を全て子供達の手元に用意することは非常に困難ではないかと考える。特に本研究で扱うような教材の場合、小学校（文部省，1999），及び中学校学習指導要領（文部省，1999）の記載を見ると、正三角形の性質（小学校4年生）や平行の概念（小学校5年生），平行線や角の性質（中学2年生），三角形の合同条件（中学2年生），三角形の相似条件（中学3年生）など、

学年を隔てた概念が関連していることがわかる。

ハイパーテキストでは、こうした学年枠を超えた概念をリンクさせておくことが可能である。教材に関わる多くの概念が、どのように課題の解決からねらいに至るまでの過程において関連しているのかを分析し、それを元にハイパーテキストの各フレームを構成し、互いにリンクさせてることにより授業1時間分の教材ができあがる。そこで本教材に関わる数学の概念がどのように関連しているのかについて述べる。

4.3 本教材における概念の関連性分析

本研究で扱う教材に関しては、既に述べたように多くの概念が関連していることがわかる。そこで、1時間の授業で扱う教材を構成する際の概念の関連性分析を行い、その関連の様子をすでに述べた特性要因図をもとに図式化する。

図10は、本教材においてどのような概念が関わっているのかを特性要因図をもとに作成したものである。既に3.2節で述べた様々な概念が、課題の提示からねらいへの過程の中においてどのように関わっているかを見ることができる。中心にあ

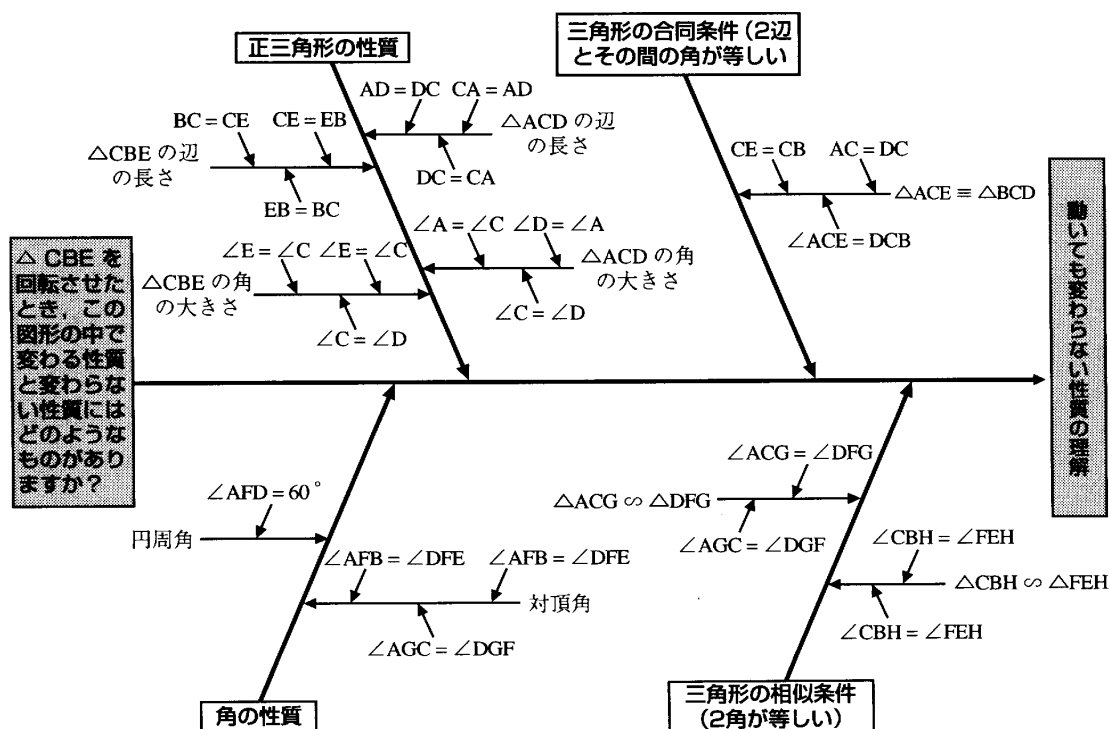


図10：本教材の概念における特性要因図

る太い矢印がその過程を示している。

そして中心の矢印に向かってのびている矢印が、教材に関わっている大きな概念枠を表している。そして左右からのびている矢印が、さらに概念を細かく表現したものである。これを元にして具体的なフレームを構成し互いにリンクを張る。

5. 本教材を用いた検証授業

本教材を授業において活用することにより、

- (1) ハイパーテキスト化教材との相互作用を通して、反省的思考を促すこと
- (2) 生徒同士、生徒と教師、さらに生徒と教材のそれぞれの相互作用を通じて、コラボレーション能力を高めること

を明らかにするものである。

これまでは、ハイパーテキストを用いて生徒が自らの興味や関心をもとにして課題を検索するという観点から、生徒の主体的な学習が促進されるのではないかということについて研究を進めてきた。しかし本教材を用いた検証授業においては、

生徒同士、生徒と教材との相互作用によって事象を数学的にとらえるという探求活動の観点から、検証授業を行いたいと考える。

5.1 学習指導計画案

・対 象： 中学校第3学年

・ねらい：

(1) $\triangle CBE$ を点 C を中心に回転させたときの、変わらない性質を探究させる

(2) 上記の探求を通して、生徒が協調して課題設定にあたる体験を持たせる

・単 元： 問題設定・問題解決

・教 材： 用いるハイパーテキスト化教材に関しては、すでに4章で述べている通りである。

| 学習活動 | 生徒の活動への働きかけ | 指導上の留意点 (ハイパーテキストの活用) |
|---------------|--|---|
| 1. 課題の提示と説明 | ○三角形を回転させたとき、それに伴って変わる性質と変わらない性質にはどんなものがあるだろう？ | ・全員に学習プリント1を配る。 |
| 2. 図形の性質を予測する | ・生徒同士、及び生徒とコンピュータ画面との相互作用の結果による図形の性質の予測。 ○この図形の中には、これまで学習してきたどんな図形の性質があるだろう？ 正三角形の性質 角や辺の性質（平行条件、対頂角など） 回転移動 図形の合同・相似 | ・必要な場合には、これまで学んだ図形の性質が示されているフレームの参照を促す。 |
| 3. 性質の発見 | ・辺や角の相当について考える ・平行線やその性質について考える ・図形の合同について考える ・図形の相似について考える | ・フレームに組み込んだ課題の提示とその具体的な操作活動による性質の発見。 ・発見した性質と動かしたときの図を各自のワークシートへ記入させる。 |

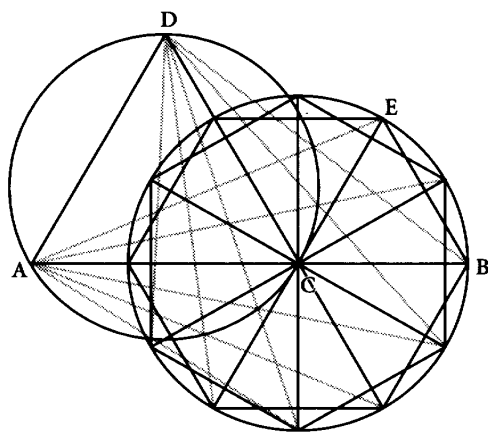


図 12 : $CB=1/2AC$

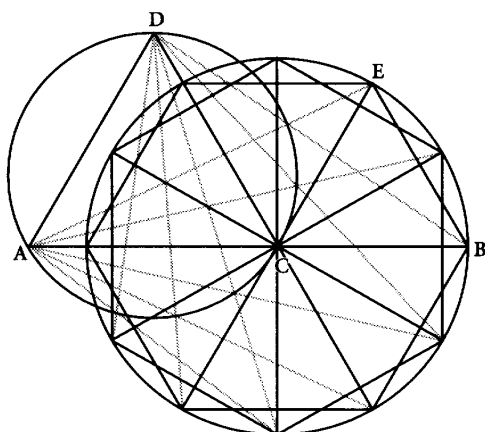


図 13 : $CB>1/2AC$

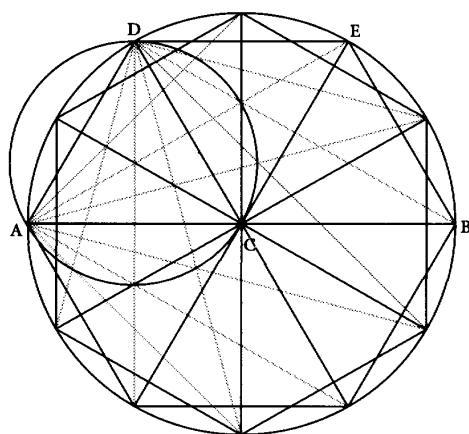


図 14 : $CB=AC$

以上のような課題を本教材にリンクさせておくことは、ハイパーテキスト化教材をデータベースとしてより充実したものへと構築することができる。また、よりインタラクティブ性を高めるための教材を作成する技術的問題としては、学習者自らが図形の種類や大きさを自由に变化させることのできる操作画面をどのように組み込む

か。また、JAVA や Visual Basic といったプログラム言語を用いて、子供たちが自分の回答を確認するためのパスワード機能のついたページを含むことなどが考えられる。今後はこうした機能を組み込んだ新たな教材開発と、授業実践に関する仮説や評価に関する内容を細かく設定し研究を行う。

参考文献

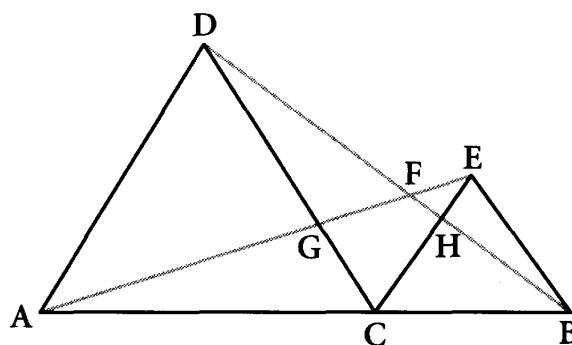
- Dye, Bryan. Interactive Mathematics Online for School and Home. URL :www.anglia.co.uk/education/mathsnet/articles, 2000.
- Grabinger, Scott., Dunlap, Joanna C., Chapter5 Links, Hypermedia Learning Environment. Edited by Kommers, Piet A. M. Grabinger, Scott. Dunlap, Joanna C., LEA, 1996. 89-114
- Hershkowitz, Rina., Schwarz, Baruch. *The Technology and The Development of Sociomathematical Norms in Classroom*. Proceedings of working group 16 at ICME-8 Edited by Macrelo C. Borba, Telma A. Souza, Brian Hudson, James Fey. Seville, Spain. 1996. 15-35
- Horn, E Robert. (a) 『ハイパーテキスト情報整理学 構造的コンテンツ作成のすすめ』。松原光治監訳。日経BP出版センター。1995. 26-36
- Horn, E Robert. (b) 『ハイパーテキスト情報整理学 実践編』。松原光治監訳。日経BP出版センター 1995. 12-48
- Shoichiro Machida. *The Role of Technology in The Mathematics Classroom*. Proceedings of working group 16 at ICME-8 Edited by Macrelo C. Borba, Telma A. Souza, Brian Hudson, James Fey. Seville, Spain. 1996. 119-126
- Webb, Noreen M. *Student Interaction and Learning in Small Groups*. Review of Educational Research. Vol.52. No.3. 1982. 421-445
- 飯島康之。"インタラクティブな探求の状況依存性について 一作図ツールを用いた探求のための教材開発について"。『第27回数学教育論文発表会論文集』。日本数学教育学会。1994. 11. 353-358
- 飯島康之。"テクノロジーを用いた数学的探求の研究において

- 注目すべき諸変数について -学習環境の変化によって変わるもの-」.『第29回数学教育論文発表会論文集』日本数学教育学会. 1996. 11. 499-504
- 石本啓生.「コンピュータによる学習指導」 『実践教育課程講座14 教育とメディア』 (株)日本教育図書センター 1988. 211-215
- 大西俊之. “平面上の変換に対応した幾何ソフトの開発と授業実践 —高等学校「数学A」平面幾何における課題学習-” 『第27回数学教育論文発表会論文集』. 日本数学教育学会 1994. 11. 487-492
- 大野 郎.「日本人の思考作法 ときには論理的に考えよう」. 株式会社日科技連出版社. 2001. 15-52
- 佐伯 胖.「マルチメディアと教育」 太田次郎社 1999. 1.
- 清水克彦, 垣花京子. “学校数学における実験・観察的方法の導入と証明の機能の変化についての考察 —コンピュータによる実験数学と証明—”.『第29回数学教育論文発表会論文集』. 日本数学教育学会 1996. 11. 223-228.
- 鈴木貴士.「分数関数学習におけるコンピュータによるグラフ提示に関する実験的研究」. 国際基督教大学教育学研究科提出修士論文. 1999. 3. 2-6
- 鈴木貴士 (a). “教材の関連性を生かしたハイパーテキストの開発 (1)”. 連合大学院論文発表会資料. 2000. 6. 1-10
- 鈴木貴士 (b). “教材の関連性を生かしたハイパーテキストの開発 (2)”. 連合大学院論文発表会資料 2000. 9. 1-6
- 鈴木貴士 (c). “教材の関連性を生かしたハイパーテキストの開発 (3)”. 連合大学院博士・修士論文中間発表会資料. 2000. 10. 1-6
- 鈴木貴士 (d). “教材の関連性を生かしたハイパーテキストの開発 (4)”. 連合大学院論文発表会資料. 2001. 1. 1-4
- 町田彰一郎.「算数・数学教育とコンピュータ —情報教育としての算数・数学教育—」.『数学教育学会誌』 第6・7号. 日本数学教育学会. 1995. 122
- 町田彰一郎 (a).『教材ソフトと実践事例』 算数・数学編 学校図書株式会社. 1988. 167-174
- 町田彰一郎 (b). “教育課程と学習指導”.『21世紀への学校数学への展望』. 横地清監修. 誠文堂新光社. 1998. 118-134
- 町田彰一郎 (c). “自律を促すための社会数学的規範再考” 『数学教育論文発表会論文集』. 日本数学教育学会 1998. 11. 259-264.
- 町田彰一郎. “特性要因図に基づいた教材の関連性の分析とハイパーテキストによる数学の電子教科書の開発” 『第33回数学教育論文発表会論文集』. 日本数学教育学会 2000. 12. 689-692
- 町田彰一郎. “数学教育世界会議とは何だったか” 『数学セミナー』 日本評論社 2001. 6. 60-64
- 町田彰一郎, 鈴木貴士. “教材の関連性を生かしたハイパーテキストの開発” 『数学教育学会発表論文集』 数学教育学会 2001. 9. 19-21
- 水越敏行, 熱海則夫.『新学校教育全集16 教科書・教材教具』 株式会社ぎょうせい 1995. 6. 66-80, 174-204
- 文部省.『小学校学習指導要領』 算数編 東洋館出版社 1999. 119-120, 192-213
- 文部省.『中学校学習指導要領』. 数学編. 大阪書籍株式会社. 1999. 38-45, 76-100, 145-155

【課 題：1】

線分 AB をひきます。次に線分 AB 上に点 C をとります。そして AC , CB をそれぞれ 1 辺とする正三角形を線分 AB について同じ側に作ります。出来上がった正三角形をそれぞれ ACD , CBE とし、また AE と BD の交点を F とします。さらに AE と CD の交点を G , CE と BD の交点を H とします。

では点 C を中心として $\triangle CBE$ を回転させたとき、この図形の中で変わる性質と変わらない性質を記録しよう。



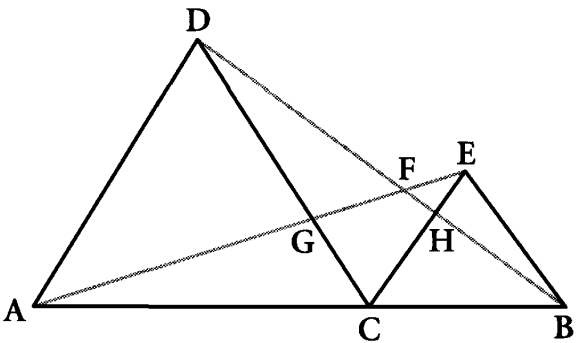
<下の表に記入しよう>

| 動かしたときの図 | 変わる性質 | 変わらない性質 |
|----------|-------|---------|
| | | |
| | | |
| | | |

年 組 番 氏名 ()

【課 題：2】

課題 1 で見つけた「変わらない性質」を 1 つ
選び，問題を作りなさい。



<下の表に記入しよう>

| 使った性質や図 | 作った問題 |
|---------|-------|
| | |
| | |